

**Théorème 12 :**

Soient  $f : E \mapsto F$  et  $g : F \mapsto G$  deux applications.

1. Si  $f$  et  $g$  sont surjectives alors ..... est surjective.
2. Si  $g \circ f$  est surjective alors ... est surjective.

**Preuve :** .....

.....

.....

.....

.....

**Théorème 13 (Théorème de la bijection) :**

Soit  $I$  un ..... de  $\mathbb{R}$  et  $f : I \mapsto \mathbb{R}$ .

Si  $f$  est ..... alors elle induit une ..... de ... sur .....

De plus,  $f(I)$  est un ..... d'un des types suivants :

	$I$	$[a; b]$	$[a; b[$	$]a; b]$	$]a; b[$
$f(I)$	$f$ croissante	.....	.....	.....	.....

**Exercice 8 :** Sans se préoccuper du domaine de dérivabilité, donner la forme la plus simple possible de la dérivée des fonctions suivantes :

1.  $f : x \mapsto \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$
2.  $g : x \mapsto \frac{x-1}{x+1} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Applications

**Nom :** .....

**Prénom :** .....

Compléter :

**Proposition 1 :**

Soit  $\mathcal{R}$  une relation d'un ensemble  $E$  vers lui-même.

On dit que  $\mathcal{R}$  est :

- *Réflexive* lorsque .....
- .....
- *Antisymétrique* lorsque : .....
- .....

**Exemples 2 :** Sur les ensembles adéquats :

- La relation  $\leq$  est .....
- La relation  $\mathcal{R}$  définie par  $x\mathcal{R}y$  si, et seulement si 3 divise  $y - x$  est .....
- La relation  $\parallel$  est .....
- La colinéarité est .....

**Définition 3 :** Soit  $E$  un ensemble et  $\mathcal{R}$  une relation de  $E$  dans  $E$ .

On dit que  $\mathcal{R}$  est une *relation d'ordre* lorsqu'elle est .....

**Définition 4 (Parties bornées) :** Soit  $(E, \leq)$  un ensemble ordonné et  $A$  une partie de  $E$ .

On dit que :

- $A$  est *minorée* dans  $E$  lorsque : .....
- .....
- $A$  admet un *maximum* lorsque : .....

**Exercice 4 :** Déterminer le domaine de définition de  $f : x \mapsto \ln(\ln(x))$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**Définition 8 (Coincidence) :** Soient  $f : E \mapsto F$  et  $g : E' \mapsto F'$  deux applications.

On dit que  $f$  et  $g$  *coïncident* sur une partie  $A$  de  $E \cap E'$  si .....

**Exercice 5 :** Soient les fonctions  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  et  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto \ln(x)$        $x \mapsto (x-1)^2$ .

Déterminer la fonction  $g \circ f$  et préciser son domaine de définition.

.....

.....

.....

.....

.....

**Proposition 4 (Effet des transformations usuelles sur  $\mathcal{C}_f$ ) :**

Soit  $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  et  $a \in \mathbb{R}$ . Le graphe de :

- $x \mapsto f(x-a)$  se déduit du graphe de  $f$  par une .....
- $x \mapsto af(x)$  se déduit du graphe de  $f$  par une .....

**Exercice 7 :** Sans calcul de dérivée, donner le sens de variation sur  $\mathbb{R}$  de  $f : x \mapsto \ln((x-1)^2 + 1)$ .

.....

.....

.....

.....

**Définition 20 (Nombre dérivé, fonction dérivée, tangente) :** Soient  $I$  un intervalle ou une réunion d'intervalles de  $\mathbb{R}$ ,  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction et  $a \in I$ .

— On dit que  $f$  est *dérivable en  $a$*  si .....

**Proposition 8 :**

Soient  $I$  un intervalle ou une réunion d'intervalles de  $\mathbb{R}$  et  $a \in I$ .

(i) Le produit de deux fonctions dérivables en  $a$  est .....

$$(fg)'(a) = \dots\dots\dots$$

(ii) Le quotient de deux fonctions dérivables en  $a$  .....

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \dots\dots\dots$$

**Théorème 10 :**

Soient  $I$  un ..... intervalle de  $\mathbb{R}$  et  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  dérivable.

Alors :

—  $f$  est strictement croissante sur  $I$  si, et seulement si .....

**Définition 21 :** Soient  $f$  une fonction définie sur un intervalle ou une réunion d'intervalles  $I$  de  $\mathbb{R}$  et  $a \in I$ .

— On dit que  $f$  est *continue en  $a$*  si .....

**Proposition 11 (Structure de l'ensemble des fonctions continues) :**

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions définies et continues sur un intervalle  $I$ .

(i) Si ..... alors  $g \circ f$  est continue sur  $I$ .