

Preuve :
.....
.....
.....
.....
.....

Théorème 16 (Théorème de la bijection) :
Soit I un de $\mathbb{R}$ et $f : I \mapsto \mathbb{R}$.
Si f est alors elle induit une de ... sur
De plus, $f(I)$ est un d'un des types suivants :

	I	$[a; b]$	$[a; b[$	$]a; b]$	$]a; b[$
$f(I)$	f décroissante				

Exercice 8 : Sans se préoccuper du domaine de dérivabilité, donner la forme la plus simple possible de la dérivée des fonctions suivantes :

1. $f : x \mapsto \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right)$

2. $g : x \mapsto \frac{\cos(x) - \sin(x)}{\cos(x) + \sin(x)}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Applications

Nom : Prénom :

Compléter :

Proposition 1 :
Soit $\mathcal{R}$ une relation d'un ensemble E vers lui-même.
On dit que $\mathcal{R}$ est :
— *Symétrique* lorsque :
.....
— *Transitive* lorsque :
.....

Exemples 2 : Sur les ensembles adéquats :

- L'égalité est réflexive, symétrique, antisymétrique et transitive.
- La relation $<$ est
- La relation $\subset$ est
- La relation $\perp$ est
- La colinéarité est

Définition 2 : Soit E un ensemble et $\mathcal{R}$ une relation de E dans E.
On dit que $\mathcal{R}$ est une *relation d'équivalence* lorsqu'elle est

Définition 4 (Parties bornées) : Soit $(E, \leq)$ un ensemble ordonné et A une partie de E.
On dit que :
— A est *majorée* dans E lorsque :
— A admet un *minimum* lorsque :

Exercice 4 : Déterminer le domaine de définition de $f : x \mapsto \frac{1}{\ln(x^2 - 2x + 1)}$.

.....

.....

.....

.....

.....

Définition 10 (Prolongement) : Soient $f : E \mapsto F$ une application entre deux ensembles E et F .

Si $E \subset E'$, on appelle *prolongement* de f à E' , notée en général $\tilde{f}$, l'application $\tilde{f} : E' \mapsto F$ qui

Exercice 5 : Soient les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \ln(x)$ $x \mapsto (x-1)^2$.

Déterminer la fonction $f \circ g$ et préciser son domaine de définition.

.....

.....

.....

.....

.....

Proposition 4 (Effet des transformations usuelles sur $\mathcal{C}_f$) :

Soit $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ et $a \in \mathbb{R}$. Le graphe de :

- $x \mapsto f(x) + a$ se déduit du graphe de f par une
- $x \mapsto f(ax)$ se déduit du graphe de f par une

Exercice 7 : Sans calcul de dérivée, donner le sens de variation sur $\mathbb{R}$ de $f : x \mapsto e^{(x-1)^2}$.

.....

.....

.....

Proposition 8 :

Soient I un intervalle ou une réunion d'intervalles de $\mathbb{R}$ et $a \in I$.

(i) Toute combinaison linéaire $\lambda f + g$ de fonctions dérivables en a est

$$(\lambda f + g)'(a) = \dots\dots\dots$$

(ii) L'inverse d'une fonction dérivable en a et

$$\left(\frac{1}{f}\right)'(a) = \dots\dots\dots$$

Théorème 9 (Dérivée d'une composée) :

Soient u une fonction sur un intervalle I et f une fonction dérivable sur un intervalle J tel que

Alors la fonction $f \circ u$ est dérivable sur ... et pour tout $x \in I$:

$$(f \circ u)'(x) = \dots\dots\dots$$

Théorème 10 :

Soient I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable.

Alors :

- f est strictement décroissante sur I si, et seulement si

Définition 21 : Soient f une fonction définie sur un intervalle ou une réunion d'intervalles I de $\mathbb{R}$ et $a \in I$.

- On dit que f est *continue en a* si

Proposition 11 (Structure de l'ensemble des fonctions continues) :

Soient f et g deux fonctions définies et continues sur un intervalle I .

(i) Si alors la fonction $\frac{f}{g}$ est continue sur I .

Théorème 15 :

Soient $f : E \mapsto F$ et $g : F \mapsto G$ deux applications.

1. Si f et g sont injectives alors est injective.
2. Si $g \circ f$ est injective alors ... est injective.