

Arithmétique et Applications

1. divisibilité dans $\mathbb{N}$:

- Diviseurs, multiples.
- Théorème de la division euclidienne.
- PGCD de deux entiers naturels dont l'un au moins est non nul. PPCM.
- Algorithme d'Euclide.

2. Nombre premier.

- Théorème d'Euclide : L'ensemble des nombres premiers est infini.
- Existence et unicité de la décomposition d'un entier naturel non nul en produit de nombres premiers.
- Application au calcul du PGCD et du PPCM.

3. Applications

- Application d'un ensemble dans un ensemble.
- Graphe d'une application. Image directe et Image réciproque.
- Injection, surjection. Composée de deux injections, de deux surjections.
- Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.

4. Généralités sur les fonctions

- Ensemble de définition. Représentation graphique.
- Effet sur la représentation graphique de f de transformations simples, comme $x \mapsto f(x + a)$ ou $x \mapsto f(ax)$.
- Parité, imparité. Interprétation géométrique. Réduction du domaine d'étude.
- Somme, produit, quotient.
- Monotonie (large et stricte).
- Fonctions majorées, minorées, bornées. Traduction géométrique.

5. Dérivation

- Dérivée d'une fonction. Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée. Résultat admis à ce stade.
- Caractérisation des fonctions constantes, (dé)croissantes, strictement (dé)croissantes, parmi les fonctions dérivables sur un intervalle. Résultat admis à ce stade.
- Représentation graphique et dérivée d'une fonction réciproque.

La formule donnant la dérivée est admise, mais on en donne l'interprétation géométrique.

6. Théorèmes admis pour l'instant :

- Théorème des valeurs intermédiaires et son corollaire des fonctions strictement monotones.
- Théorème de la bijection.
- Théorème de dérivabilité d'une fonction réciproque.

Questions de cours possibles ^[1] :

1. (★) Existence et unicité d'un couple $(q; r)$ tel que $a = bq + r$ et $0 \leq r < b$.
2. L'ensemble des nombres premiers est infini.
3. Existence de la décomposition en facteurs premiers.
4. (★) Le pgcd est le dernier reste non nul dans l'algorithme d'Euclide.
5. Démontrer que la relation de divisibilité est une relation d'ordre partielle sur $\mathbb{N}$.
6. Montrer que la composée de deux fonctions injectives (resp. surjectives) est injective (resp. surjective et la réciproque partielle avec un contre-exemple).
7. Montrer qu'une fonction strictement monotone est injective.
8. (★) Dérivabilité de la fonction réciproque sous les hypothèses *ad hoc* qui devront être énoncées clairement.

[1]. La liste des questions de cours possibles n'est donnée qu'à titre indicatif. L'examineur est libre de vous demander tout éclaircissement ou démonstration que réclamera votre prestation en accord avec le programme.