

La courbe représentative de $\ln$ admet pour tangente :

- en 1, la droite d'équation $(T_1) : y = \dots\dots$
- en e , la droite d'équation $(T_e) : y = \dots\dots$

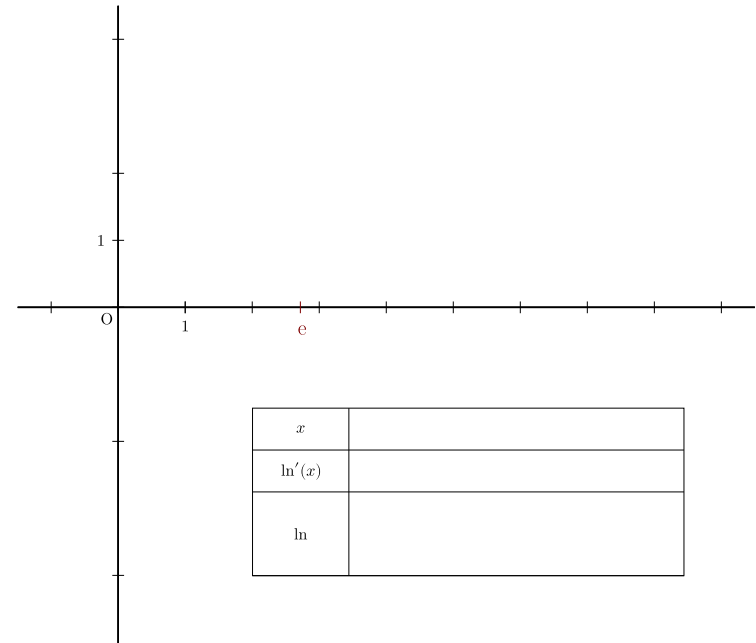


Figure IV.1 – Courbe représentative de $x \mapsto \ln(x)$ et ses tangentes en 1 et e .

Fonctions de référence

Nom : Prénom :

Compléter :

Rappel 1 : La fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est

Définition 3 (Logarithme népérien) : On appelle fonction *logarithme népérien*, notée $\ln$,
 $\forall x \in \dots, \ln(x) = \dots\dots$

En particulier, le domaine de définition est imposé par

$\mathcal{D}_{\ln} = \dots\dots$

Exercice 1 : Déterminer l'ensemble de définition de $f : x \mapsto \ln\left(\frac{2-x}{x-1}\right)$
.....
.....

Théorème 4 (Variations) :
— $\ln$ est et $\forall x \in \dots, (\ln(x))' = \dots$.
— $\ln$ est

Théorème 5 :
Soit une fonction u sur un intervalle I .
Alors, la fonction $\ln u$ est dérivable sur .. et on a :
 $(\ln u)' = \dots$

Exercice 2 : Après avoir défini les domaines d'existence et de différentiabilité, donner la dérivée de $f : x \mapsto \ln \left(\frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1} \right)$.

Proposition 6 (Propriétés algébriques) :

Soient a, b

1. $\ln(ab) = \dots\dots\dots$
2. $\ln \left(\frac{1}{a} \right) = \dots\dots\dots$
3. $\ln \left(\frac{a}{b} \right) = \dots\dots\dots$
4. $\forall n \in \mathbb{Z}, \ln(a^n) = \dots\dots\dots$

Exercice 3 : Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $\left(\frac{1}{3} \right)^n \leq 10^{-7}$.

Exercice 4 : On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2e^{2x} - 3e^x + 30e^{-x} = 17$.

Proposition 7 (Limites aux bornes) :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = \dots\dots\dots$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = \dots\dots\dots$

En particulier, à la courbe de $\ln$ en

Théorème 8 :

La fonction $\ln$ réalise

Théorème 9 (Croissance comparée) :

Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \dots\dots\dots = 0^-.$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \dots\dots\dots = 0^+.$

Exemple 1 : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \ln(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Proposition 10 (Tangentes) :

1. $\lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\ln(1+x)}{x} = \cdot$ et $\lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\ln(x)}{x-1} = \cdot$
2. $\forall x \in \dots\dots\dots, \ln(x) \leq \dots\dots\dots$