La courbe représentative de exp admet pour tangente :

— en 0, la droite d'équation (T_0) : $y =$ ....
— en 1, la droite d'équation (T_1) : $y =$ ....

x	
$\exp'(x)$	
exp	

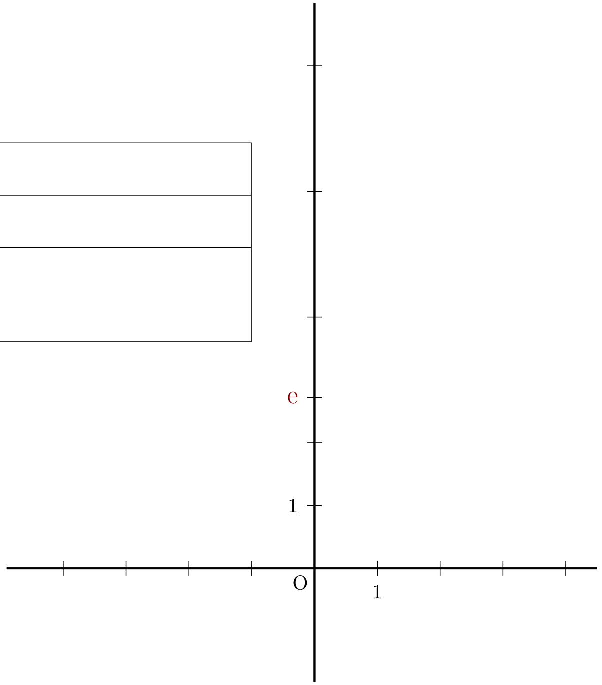

Figure IV.2 – Courbe représentative de $x \longmapsto \exp(x)$ et ses tangentes en 0 et 1.

Fonctions de référence

Nom : .... **Prénom :** ....

Compléter :

Rappel 1 : La fonction ln réalise ....

Définition 4 (Exponentielle) : On appelle fonction *exponentielle népérienne* la ...., notée exp telle que :

$$\exp : \begin{array}{ccl} .. & \longrightarrow & .... \\ y & \longmapsto & x \text{ tel que } .... \end{array}$$

En particulier, on en déduit le résultat extrêmement important :

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R},\ ....} \qquad \text{(IV.1)}$$

Rapidement, en utilisant la définition d'une fonction réciproque, on obtient :

Théorème 11 :
— L'exponentielle est une ....
— $\exp(..) = ..$.
— Pour tout $x \in$ .., $(\ln \circ \exp)(x) =$ ...
Pour tout $x \in$ ...., $(\exp \circ \ln)(x) =$ ...

Exercice 1 : Déterminer l'ensemble de définition de $f : x \longmapsto \sqrt{5 - e^x}$.

....

....

Théorème 12 (Variations) :
— La fonction exp est ....
— La fonction exp est .... et on a :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ (\exp)'(x) = ... \qquad \text{(IV.2)}$$

La fonction exp est .... du système :

$$\begin{cases} \quad .... \quad ...... \\ \forall\, x \in \mathbb{R}, \quad .... \quad .... \end{cases} \tag{IV.3}$$

Proposition 13 :
Soit u une fonction .... Alors :

$$\left(\mathrm{e}^{u}\right)' = ...$$

Exercice 2 : Après avoir défini les domaines d'existence et de différentiabilité, donner la dérivée de $f : x \longmapsto \ln\left(\dfrac{\mathrm{e}^{2x}+1}{\mathrm{e}^{2x}-1}\right)$.

....

....

....

....

....

....

Proposition 14 (Propriétés algébriques) :

$$\exp(1) = .. \simeq ....$$

Soient a, $b \in$ ...

1. $\exp(a+b) =$ ....
2. $\exp(-b) =$ ....
3. $\exp(a-b) =$ ....
4. Pour tout $n \in$ .., $\exp(na) =$ ....

Exercice 3 : On considère le polynôme $\mathrm{P}(x) = 2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\mathrm{P}(x) = 0$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2\ln(x) + \ln(2x-3) = \ln(17x-30)$. On pensera au domaine de définition !

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Théorème 15 :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{x} = ...$.
2. $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{x} = ...$.

En particulier, ... à la courbe en ......

Théorème 16 (Croissance comparée) :
Soit $n \in \mathbb{N}$.

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} .... = +\infty$.
2. $\lim\limits_{x\to-\infty} ...... = 0$.

Exemple 1 : $\lim\limits_{x\to-\infty} x + \mathrm{e}^{-x} = \lim\limits_{x\to-\infty} .... = ...$.

Théorème 17 :

1. $\lim\limits_{x\to .} \dfrac{\mathrm{e}^{x}-1}{x} = ..$.
2. $\forall\, x \in ..,\quad \mathrm{e}^{x} \geqslant ......$.