

3. Montrer rigoureusement que  $f$  est dérivable sur  $\mathcal{D}_f$  et donner l'expression de sa dérivée.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

4. Montrer que  $f$  établit une bijection de  $\mathcal{D}_f$  sur un ensemble que l'on ne demande pas de préciser.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

5. Donner l'expression de  $f^{-1}$  sur  $\mathbb{R}_+^*$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Fonctions de référence 2

Nom : .....

Prénom : .....

Compléter :

I/ Fonction exponentielle de base  $a$  \_\_\_\_\_

**Définition 5 (Exponentielle de base  $a$ ) :** Pour tout réel  $a$  ..... et tout réel  $x$ , on pose :

$$a^x = \dots\dots$$

**Théorème 18 :**

Soit  $a$  un réel ..... fixé.

La fonction  $f : x \mapsto a^x$  est ..... et on a :

$$\forall x \in \dots, f'(x) = \dots\dots$$

**Proposition 19 :**

Soit  $a$  un réel ..... fixé.

$$a > 1 : \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = \dots \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \dots$$

$$a < 1 : \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = \dots \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \dots$$

Cas  $a > 1$  :

$x$	
$a^x$	

Cas  $0 < a < 1$  :

$x$	
$a^x$	

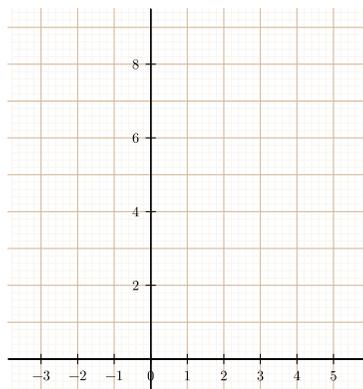
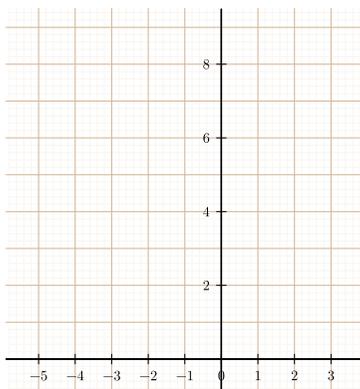


Figure IV.1 – La fonction exponentielle de base  $a > 0$ ,  $x \mapsto a^x$ .

**Proposition 23 (Croissances comparées) :**

Pour tous  $\alpha, \beta$  .....

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln(x))^\alpha}{x^\beta} = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\beta |\ln(x)|^\alpha = \dots$$

**II/ Les fonctions hyperboliques**

**Définition 8 (Fonctions hyperboliques) :**

— On appelle fonction *cosinus hyperbolique* ..... définie par :

$$\forall x \in \dots, \operatorname{ch}(x) = \dots$$

En particulier,  $\forall x \in \mathbb{R}$  :

$$e^x = \dots$$

**Proposition 27 (Cosinus hyperbolique) :**

1.  $\operatorname{ch}(0) = \dots$ .
2. La fonction  $\operatorname{ch}$  est ..... et .....
3. La fonction  $\operatorname{ch}$  est ..... et .....

$$\forall x \in \dots, \operatorname{ch}'(x) = \dots$$

4.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \operatorname{ch}(x) = \dots$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ch}(x) - 1}{x} = \dots$ .

On considère  $f : x \mapsto f(x) = \ln\left(\frac{1 + e^x}{1 - e^x}\right)$ .

1. Déterminer le domaine de définition  $\mathcal{D}_f$  de  $f$ .

.....  
 .....  
 .....

2. Déterminer et justifier rigoureusement  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....