3. Montrer rigoureusement que f est dérivable sur $\mathcal{D}_f$ et donner l'expression de sa dérivée.

....
....
....
....
....
....
....
....

4. Montrer que f établit une bijection de $\mathcal{D}_f$ sur un ensemble que l'on ne demande pas de préciser.

....
....
....
....
....

5. Donner l'expression de f^{-1} sur $\mathbb{R}_-^*$.

....
....
....
....
....
....
....
....

Fonctions de référence

Nom : .... **Prénom :** ....

Compléter :

I/ Fonction puissance réelle

Définition 6 : Pour tout réel α et tout réel x ...., on pose :

$$x^\alpha = \dots\dots\dots$$

Théorème 21 :
Soit α un réel fixé.

La fonction $f : x \longmapsto x^\alpha$ est .... et on a :

$$\forall\, x \in \dots\dots\dots,\ f'(x) = \dots\dots\dots$$

Proposition 22 :
Soit α un réel fixé.

$\alpha > 0$ **:** $\lim\limits_{x \to 0^+} x^\alpha = \dots$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} x^\alpha = \dots\dots$.

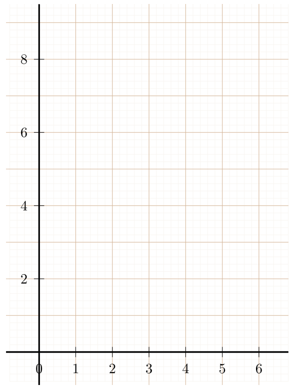
$\alpha < 0$ **:** $\lim\limits_{x \to 0^+} x^\alpha = \dots\dots$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} x^\alpha = \dots$.

Cas $\alpha > 0$ ($\alpha \in]0\,;1[$) :

x	
x^α	

Cas $\alpha < 0$:

x	
x^α	



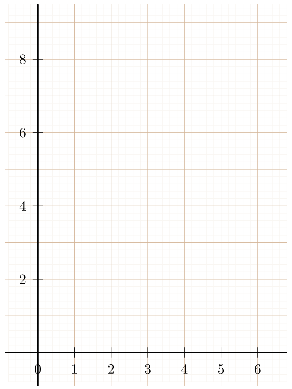


Figure IV.2 – Les fonction puissances $x \longmapsto x^\alpha$.

Proposition 23 (Croissances comparées) :
Pour tous α, β ....

— $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{\alpha x}}{x^\beta} = \ldots\ldots$.

— $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} |x|^\beta\, e^{\alpha x} = \ldots$.

II/ Les fonctions hyperboliques

Définition 8 (Fonctions hyperboliques) :

— On appelle fonction *sinus hyperbolique* .... définie par :

$$\forall\, x \in \ldots,\ \mathrm{sh}\,(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

De plus, on a l'identité, $\forall\, x \in \mathbb{R}$:

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 1.$$

Proposition 28 (Sinus hyperbolique) :

1. $\mathrm{sh}\,(0) = \ldots$.
2. La fonction sh est ....
3. La fonction sh est ...., et

$$x \in \ldots,\ \mathrm{sh}\,'(x) = \ldots\ldots\ldots$$

4. $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \mathrm{sh}\,(x) = \ldots\ldots$.
5. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \mathrm{sh}\,(x) = \ldots\ldots$.
6. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{sh}\,(x)}{x} = \ldots$.

$$\text{On considère } f : x \longmapsto f(x) = \frac{1}{\ln(1 - e^x)}.$$

1. Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de f.

....
....
....
....

2. Déterminer et justifier rigoureusement $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

....
....
....
....
....
....
....
....