Fonctions circulaires

Nom : .... **Prénom :** ....

Compléter :

1. Pour tout $x \in [-\pi\,;\pi]$, $\sin(x) \geqslant 0 \iff$ ....
2. $|\sin(x)| \leqslant$ ..
3. $\sin(x+2\pi) =$ ....
4. $\sin(x+\pi) =$ ....
5. $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right) =$ ....
6. $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right) =$ ....
7. $\tan(\pi - x) =$ ....
8. $\forall\, k \in \mathbb{Z}$, $\cos(k\pi) =$ .... et $\sin(x+k\pi) =$ ....

Soient a et b deux réels.

9. $\sin(a) = \sin(b) \iff$ ....
10. $\cos(a-b) =$ .... et $\sin(a+b) =$ ....
11. $\cos(2a) =$ ....
12. $\sin^2(a) =$ ....
13. $\sin(a)\sin(b) =$ ....
14. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\cos(x)-1}{x} =$ ..
15. On appelle fonction *arcsinus*, notée arcsin, ...
....
16. $\forall\, x \in$ ......, $\arccos\left(\cos(x)\right) =$ ..
17. $\forall\, x \in$ ...., $\sin\left(\arcsin(x)\right) =$ ..
18. $\arccos\left(\cos\left(\dfrac{7\pi}{6}\right)\right) =$ ....
19. $\sin\left(\arcsin\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\right) =$ ....
20. La fonction arcsin est continue sur .... et dérivable sur .... et on a :

$$\forall\, x \in \text{........}, \quad \arcsin'(x) = \text{..........}$$

En particulier,

— la fonction arcsin est .... (Variations)

21. Pour toute fonction u, la fonction $x \longmapsto \arccos\left(u(x)\right)$ est dérivable sur un intervalle I si, et seulement si u .... et on a :

$$\forall\, x \in \mathrm{I}, \quad \Big(\arccos(u)\Big)'(x) = \text{...............}$$

22.

x	
arcsin	

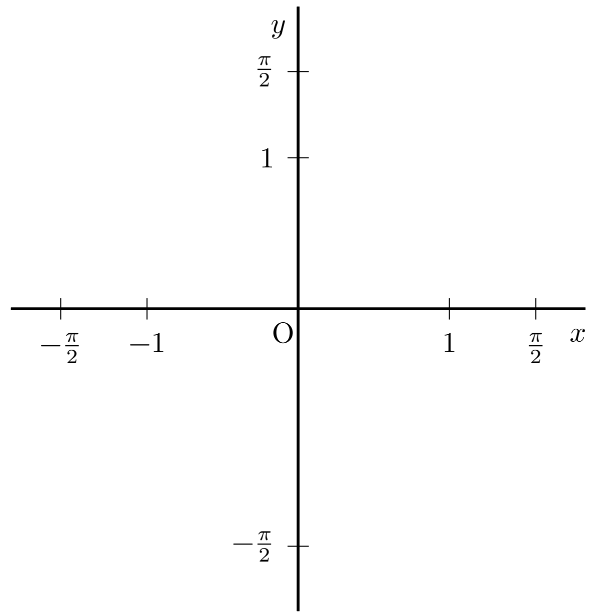

Figure VI.1 – Tableaux de variation et courbe représentative de $x \longmapsto \arcsin(x)$ sur $[-1\,;1]$. En dash, la courbe de sin.

23. La fonction tan est continue et dérivable sur tout intervalle de la forme .... et on a :

$$\forall\, x \in \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\quad \tan'(x) = \ \ldots\ldots\ldots\ldots \ = \ \ldots\ldots\ldots.$$

24. $\lim\limits_{x \to -\frac{\pi}{2}^+} \tan(x) = \ \ldots\ldots.$

25. **Formule d'addition :** Pour tout $(a\,;b) \in \mathbb{R}^2$ tel que $\tan(a)$, $\tan(b)$, $\tan(a+b)$ ou $\tan(a-b)$ soient définis.

— $\tan(a-b) = \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Formule de factorisation : Soient p et q deux réels tels que $\tan(p)$ et $\tan(q)$ soient définis :

— $\tan(p) + \tan(q) = \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.$

Formule de l'angle moitié : Pour tout x réel tel que $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ soit défini.

— $\sin(x) = \ \ldots\ldots\ldots.$ — $\tan(x) = \ \ldots\ldots\ldots.$

Fonctions circulaires

Nom : .... **Prénom :** ....

Compléter :

1. Pour tout $x \in [-\pi\,;\pi]$, $\cos(x) \geqslant 0 \iff$ ....
2. $|\cos(x)| \leqslant$ ..
3. $\cos(x+2\pi) =$ ....
4. $\cos(x+\pi) =$ ....
5. $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) =$ ....
6. $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) =$ ....
7. $\tan(\pi+x) =$ ....
8. $\forall\, k \in \mathbb{Z}$, $\cos(x+k\pi) =$ .... et $\sin(k\pi) =$ ..

Soient a et b deux réels.

9. $\cos(a) = \cos(b) \iff$ ....
10. $\cos(a+b) =$ .... et $\sin(a-b) =$ ....
11. $\sin(2a) =$ ....
12. $\cos^2(a) =$ ....
13. $\cos(a)\cos(b) =$ ....
14. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} =$ ..
15. On appelle fonction *arccosinus*, notée arccos, ...
16. $\forall\, x \in$ ...., $\cos(\arccos(x)) =$ ..
17. $\forall\, x \in$ ...., $\arcsin(\sin(x)) =$ ..
18. $\cos\left(\arccos\left(\frac{1}{2}\right)\right) =$ ..
19. $\arcsin\left(\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right) =$ ....
20. La fonction arccos est continue sur .... et dérivable sur .... et on a :

$$\forall\, x \in \ldots\ldots\ldots, \quad \arccos'(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

En particulier,

— la fonction arccos est .... (Variations)

21. Pour toute fonction u, la fonction $x \longmapsto \arcsin(u(x))$ est dérivable sur un intervalle I si, et seulement si u .... et on a :

$$\forall\, x \in \mathrm{I}, \quad \Big(\arcsin(u)\Big)'(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

22.

x	
arcsin	

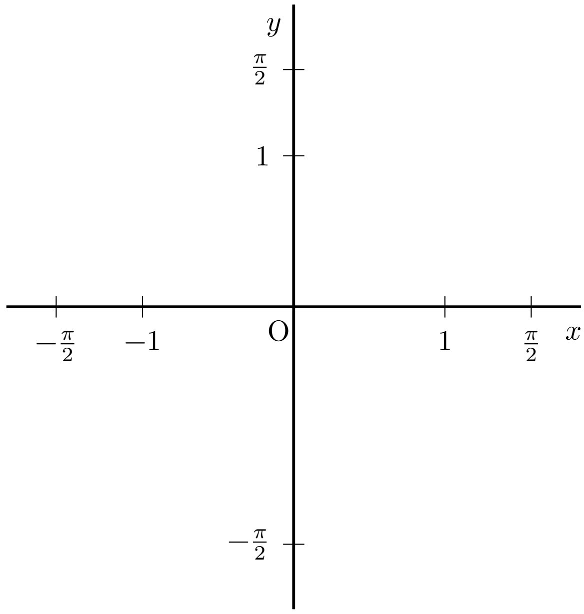

Figure VI.2 – Tableaux de variation et courbe représentative de $x \longmapsto \arcsin(x)$ sur $[-1\,;1]$.
En dash, la courbe de sin.

23. On appelle fonction *tangente*, notée tan, la fonction définie par :

$$\forall\, x \in \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \ \tan(x) = \ \ldots\ldots\ldots.$$

24. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \tan(x) = \ \ldots\ldots$

25. **Formule d'addition :** Pour tout $(a\,;b) \in \mathbb{R}^2$ tel que $\tan(a)$, $\tan(b)$, $\tan(a+b)$ ou $\tan(a-b)$ soient définis.

— $\tan(a+b) = \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Formule de duplication : Pour tout $(a\,;\in)\,\mathbb{R}$ tel que $\tan(a)$, $\tan(2a)$ soient définis.

$$\tan(2a) = \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Formule de factorisation : Soient p et q deux réels tels que $\tan(p)$ et $\tan(q)$ soient définis :

— $\tan(p) - \tan(q) = \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.$

Formule de l'angle moitié : Pour tout x réel tel que $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ soit défini.

— $\cos(x) = \ \ldots\ldots\ldots.$