

Nom :

Prénom :

Sommes et Produits - Fonctions circulaires

Question de cours : Formule de Bernoulli : $a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$.

Exercice 1 : Calculer $\sum_{1 \leq i, j \leq n} \min(i, j)$.

Exercice 2 : Étudier le signe de $\cos(3x) + \cos(5x)$.

Exercice 3 : Simplifier en précisant le domaine de validité :

$$\cos(\arctan x).$$

Nom :

Prénom :

Sommes et Produits - Fonctions circulaires

Question de cours : La fonction arc tangente : définition, monotonie, continuité, dérivabilité et formule de la dérivée, parité, limites, tangente à l'origine.

Exercice 1 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Simplifier $\prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$.

Exercice 2 : Déterminer le domaine de dérivabilité puis la fonction dérivée de $\frac{\cos(x)}{\sin(x) - \cos(x)}$.

Exercice 3 : Simplifier en précisant le domaine de validité :

$$\tan(\arcsin x).$$

Nom :

Prénom :

Sommets et Produits - Fonctions circulaires

Question de cours : Démonstration de $\cos(a + b) = \dots$ et $\sin(a + b) = \dots$

Exercice 1 : Calculer $\sum_{k=0}^n \binom{2n+1}{k}$.

Exercice 2 : Déterminer le domaine de dérivabilité puis la fonction dérivée de $x \mapsto \cos^4(x) - \sin^4(x)$.

Exercice 3 : Simplifier en précisant le domaine de validité :

$$\cos(\arctan x).$$

Nom :

Prénom :

Sommets et Produits - Fonctions circulaires

Question de cours : Relation entre $\arctan(x)$ et $\arctan\left(\frac{1}{x}\right)$.

Exercice 1 : Calculer $\sum_{1 \leq i, j \leq n} \binom{i}{j}$.

Exercice 2 : Déterminer le domaine de dérivabilité puis la fonction dérivée de $x \mapsto \ln\left(\cos\left(\frac{1}{x}\right)\right)$.

Exercice 3 : Soit $x \in \mathbb{R}$. On pose $t = \arctan(\operatorname{sh}(x))$.

Établir les relations suivantes :

1. $\tan(t) = \operatorname{sh}(x)$

2. $\frac{1}{\cos(t)} = \operatorname{ch}(x)$

3. $\sin(t) = \operatorname{th}(x)$

Nom :

Prénom :

Sommes et Produits - Fonctions circulaires

Question de cours : Carré d'une somme : $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq n} a_i a_j$.

Exercice 1 : Calculer $\sum_{1 \leq i < j \leq n} (i + j)$.

Exercice 2 : Étudier le signe de $\cos(x) - \cos(3x)$.

Exercice 3 : Simplifier en précisant le domaine de validité :

$$\sin(\arctan x).$$

Nom :

Prénom :

Sommets et Produits - Fonctions circulaires

Question de cours : Formule de Bernoulli : $a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$.

Exercice 1 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Simplifier $\sum_{k=1}^n \frac{k}{(k+1)!}$.

Exercice 2 : Déterminer le domaine de dérivabilité puis la fonction dérivée de $x \mapsto \frac{\cos(x)}{\sqrt{\sin(x)+2}}$.

Exercice 3 : Simplifier en précisant le domaine de validité : $\cos^2\left(\frac{1}{2} \arccos(x)\right)$.

Nom :

Prénom :

Sommes et Produits - Fonctions circulaires

Question de cours : Démonstration de $\cos(a + b) = \dots$ et $\sin(a + b) = \dots$

Exercice 1 : À l'aide d'un changement d'indices, calculer $\sum_{k=1}^n \ln \left(1 + \frac{2}{k}\right)$.

Exercice 2 : Déterminer le domaine de dérivabilité puis la fonction dérivée de $x \mapsto \cos(\ln(1 + \sqrt{x}))$.

Exercice 3 : Simplifier en précisant le domaine de validité : $\tan(2 \arctan(x))$.

Nom :

Prénom :

Sommes et Produits - Fonctions circulaires

Question de cours : Formules de l'angle moitié : Pour tout x réel tel que $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ soit défini, expression de $\cos(x)$, $\sin(x)$ et $\tan(x)$ en fonction de t .

Exercice 1 : Calculer $\sum_{k=0}^n \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \binom{i}{k}$.

Exercice 2 : Étude complète de $f : x \mapsto (\cos(x) + \sin(x))^{\frac{1}{x}}$.

Exercice 3 : Montrer que $\arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{8} = \arctan \frac{2}{3}$.