

## Fichiers Primitives-IPP a, b et c

**Exercices faciles :** \_\_\_\_\_**Exercice 1 :** Calculer la primitive suivante sur un intervalle à préciser :

$$\int^x x e^x dx.$$

**Exercice 2 :** Calculer la primitive suivante sur un intervalle à préciser :

$$\int^x x^2 \ln(x) dx.$$

**Exercice 3 :** Calculer la primitive suivante sur un intervalle à préciser :

$$\int^x x^2 e^x dx.$$

**Exercice 4 :** Calculer la primitive suivante sur un intervalle à préciser :

$$\int^x \arcsin(x) dx.$$

**Exercice 5 :** Calculer la primitive suivante sur un intervalle à préciser :

$$\int^x x \arctan(x) dx.$$

**Exercice 6 :** Calculer la primitive (sur un intervalle à préciser) suivante :

$$\int^x x^2 e^{\frac{x}{2}} dx.$$

**Exercice 7 :** Calculer la primitive (sur un intervalle à préciser) suivante :

$$\int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{t^2 + t + 1}}.$$

**Exercice 8 :** Calculer la primitive (sur un intervalle à préciser) suivante :

$$\int x^2 \cos(x) dx.$$

**Exercice 9 :** Calculer la primitive (sur un intervalle à préciser) suivante :

$$\int^x \frac{dt}{\sqrt{1-t^4}}.$$

**Exercice 10 :** Calculer la primitive suivante sur un intervalle à préciser :

$$\int^x \arcsin^2(x) dx.$$

**Exercice 11 :** Calculer la primitive suivante sur un intervalle à préciser :

$$\int^x \sqrt{2-x^2} dx.$$

**Exercice 12 :** Calculer la primitive suivante sur un intervalle à préciser :

$$\int^x \frac{\arctan(x)}{x^3} dx.$$

**Exercice 13 :** Calculer la primitive suivante sur un intervalle à préciser :

$$\int^x x \arctan^2(x) dx.$$

**Exercice 14 :** Calculer la primitive suivante sur un intervalle à préciser :

$$\int^x \frac{\ln(t)}{\sqrt{t}} dt.$$

---

**Exercice de difficulté moyenne :** \_\_\_\_\_

---

**Exercice 1 :** Calculer la primitive suivante sur un intervalle à préciser :

$$\int^x (-x^3 + x^2 - 2x + 3)e^{-x} dx.$$

**Exercice 2 :** Calculer la primitive suivante sur un intervalle à préciser :

$$\int^x \sqrt{2 + x^2} dx.$$

**Exercice 3 :** Calculer  $\int_0^1 x \arctan^2(x) dx$ .**Exercice 4 :** Calculer la primitive suivante sur un intervalle à préciser :

$$\int^x \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx.$$

**Exercice 5 :** Calculer la primitive suivante sur un intervalle à préciser :

$$\int^x \frac{x^2}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} dx.$$

---

**Exercices plus ardu :** \_\_\_\_\_

---

**Exercice 1 :** Soit  $f \in \mathcal{C}^1([a, b], \mathbb{R})$ .Déterminer la limite de  $\int_a^b f(t) \cos(nt) dt$  lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$ .

**Correction :** Une intégration par parties s'écrit :

$$\begin{aligned}\int_a^b f(t) \cos(nt) dt &= \left[ f(t) \frac{\sin(nt)}{n} \right]_a^b - \int_a^b f'(t) \frac{\sin(nt)}{n} dt \\ &= f(b) \frac{\sin(nb)}{n} - f(a) \frac{\sin(na)}{n} - \frac{1}{n} \int_a^b f'(t) \sin(nt) dt.\end{aligned}$$

Or,

$$\begin{aligned}- \left| f(b) \frac{\sin(nb)}{n} \right| &\leq \frac{\|f\|_\infty}{n} \\ - \left| f(a) \frac{\sin(na)}{n} \right| &\leq \frac{\|f\|_\infty}{n} \\ - \left| \frac{1}{n} \int_a^b f'(t) \sin(nt) dt \right| &\leq \frac{b-a}{n} \|f'\|_\infty\end{aligned}$$

Par conséquent,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_a^b f(t) \cos(nt) dt = 0$ .