Limites II

Nom : ....   **Prénom :** ....

1. Donner la caractérisation de $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$ où $a, b \in \mathbb{R}$ à l'aide d'intervalles fermés et seulement des intervalles :

   ....

   ....

2. Déterminer $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\mathrm{e}^{5x} - \mathrm{e}^{3x}}{x}$.

   ....

   ....

   ....

   ....

3. Soient ℓ, $\ell' \in \mathbb{R}$. Compléter :

Si f a pour limite	ℓ	$\ell \neq 0$	0	ℓ	∞
Si g a pour limite	$\ell' \neq 0$	0	0	∞	ℓ'
alors $\dfrac{f}{g}$ a pour limite	....	....	....	...	....

Limites II

4. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle croissante et majorée. On pose $\varepsilon \in \mathbb{R}_+^*$ quelconque.
   (a) Justifier que $\alpha = \sup\left(\left\{u_n,\ n\in\mathbb{N}\right\}\right)$ est correctement défini et vérifie $\forall\, n\in\mathbb{N},\ u_n \leqslant \alpha+\varepsilon$.

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

   (b) Montrer qu'il existe $p\in\mathbb{N}$ tel que $u_p \geqslant \alpha-\varepsilon$.

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

   (c) En déduire que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \alpha$.

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

Limites II

Nom : . . . . **Prénom :** . . . .

1. Donner la caractérisation de $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ à l'aide d'intervalles fermés et seulement des intervalles :

   . . . .

   . . . .

2. Déterminer $\lim_{x \to 0} x\,\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$.

   . . . .

   . . . .

   . . . .

   . . . .

3. Soient ℓ, $\ell' \in \mathbb{R}$. Compléter :

Si f a pour limite	ℓ	$\ell \neq 0$	0	∞
Si g a pour limite	ℓ'	∞	∞	∞
alors $f \times g$ a pour limite	. . . .	. . . . .	. . . .	. . . . .

4. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle croissante et majorée. On pose $\varepsilon \in \mathbb{R}_+^*$ quelconque.
   (a) Justifier que $\alpha = \sup\left(\left\{u_n,\ n\in\mathbb{N}\right\}\right)$ est correctement défini et vérifie $\forall\, n\in\mathbb{N},\ u_n \leqslant \alpha+\varepsilon$.

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

   (b) Montrer qu'il existe $p\in\mathbb{N}$ tel que $u_p \geqslant \alpha-\varepsilon$.

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

   (c) En déduire que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \alpha$.

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....