

Quelques encadrements et un système

Exercice 1 –

1. Montrer que

$$\forall t \in \mathbb{R}_+, t - \frac{t^3}{6} \leq \sin(t) \leq t \quad \text{et} \quad 1 - \frac{t^2}{2} \leq \cos(t) \leq 1 - \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{24}.$$

2. En déduire que les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par

$$u_n = \sum_{k=1}^n \sin\left(\frac{k}{n^2}\right) \quad \text{et} \quad v_n = \sum_{k=1}^n \left(\cos\left(\frac{k}{n\sqrt{n}}\right) - 1 \right)$$

convergent vers des limites à préciser.

Exercice 2 – Déterminer le nombre de solution(s) du système en fonction de m . Si le nombre de solutions est infini, on précisera le nombre de degré de liberté de l'espace des solutions.

$$\begin{cases} x + my + 2z = m \\ -2x + y + (m-2)z = 1 \\ mx + y + 2z = 2m - 1 \end{cases}$$