

Continuité, Dérivabilité - Systèmes linéaires

1. Continuité

- Définition de la continuité, continuité à droite, à gauche.
- Prolongement par continuité.
- Caractérisation séquentielle de la continuité.
- Algorithme de dichotomie, théorème des valeurs intermédiaires.
- Image d'un intervalle par une fonction continue.
- Théorème de la bijection.
- Image d'un segment par une fonction continue.
- Extension aux fonctions complexes.

2. Dérivabilité

- Définition de la dérivabilité en a , dérivabilité à droite, à gauche.
- Lien avec un DL à l'ordre 1 (évoqué sommairement) et avec la tangente.
- Fonction de classe \mathcal{C}^n et \mathcal{C}^∞ , formule de Leibniz.
- Tout extremum intérieur est un point critique, théorème de Rolle.
- Égalité des accroissements finis.
- Lien entre monotonie de f et signe de f' .
- Théorème des accroissements finis, définition d'une fonction lipschitzienne.
- Théorème de prolongement \mathcal{C}^1 .
- Extension aux fonctions complexes : caractérisation avec les parties réelles et imaginaires, théorème des accroissements finis.

3. Systèmes linéaires

- Lien entre un système linéaire et une équation matricielle.
- Structure d'espace vectoriel de l'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène.
- Version matricielle des opérations élémentaires.
- Caractérisation de l'inverse d'une matrice en étant équivalente à I_n .
- Cas des matrices diagonales ou triangulaires.
- Calcul de l'inverse d'une matrice.
- Résolution de systèmes linéaires par l'algorithme de Gauss.
- Cas de systèmes à paramètres.

Questions de cours possibles ^[1] :

1. Théorème de Bolzano via la borne sup et/ou l'algorithme de dichotomie.
2. (★) Théorème des valeurs intermédiaires. *L'énoncé devra être parfaitement su en entier!*
3. Une fonction f est dérivable en a si et seulement si elle admet un développement limité à l'ordre 1 en a .
4. Dérivabilité du produit de fonctions de classe \mathcal{C}^k . Formule de Leibniz à énoncer correctement et en connaître les idées de la démonstration.
5. (★) Dérivabilité de la réciproque dans le cas d'une fonction bijective.
6. Théorème de Rolle.
7. Théorème des accroissements finis.
8. (★) Lien entre monotonie et signe de la dérivée sur un intervalle. Pour les volontaires, cas de la stricte monotonie.
9. (★) Inégalités des accroissements finis dans le cas complexe.

[1]. La liste des questions de cours possibles n'est donnée qu'à titre indicatif. L'examinateur est libre de vous demander tout éclaircissement ou démonstration que réclamera votre prestation en accord avec le programme.