

## Analyse asymptotique et dénombrements

Exercice 1 – On reprends les notations du devoir surveillé ...

**Partie IV** : Une seconde suite implicite

19. Montrer que la suite  $(y_n)_{n \geq 2}$  est strictement monotone.
20. Montrer que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = +\infty$ .
21. Montrer que pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ ,  $\ln(2x) < x$ .
22. Montrer que pour tout  $n \geq 2$ ,  $n < y_n < 2n$ .
23. Déterminer un équivalent simple de  $y_n$  quand  $n \rightarrow +\infty$ .
24. Montrer que  $y_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} n + \ln(n) + \frac{\ln(n)}{n} + o\left(\frac{\ln(n)}{n}\right)$ .

Exercice 2 – Une urne contient dix boules numérotées de 1 à 10.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

- 1 jaune
- 2 bleues
- 3 rouges
- 4 vertes

On tire dans l'urne successivement et avec remise 5 boules.

On appelle *résultat* la liste ordonnée des cinq numéros des boules tirées.

Déterminer le nombre de résultats :

1. en tout.
2. pour lesquels les cinq boules sont toutes de la même couleur.
3. pour lesquels les quatre couleurs apparaissent parmi les cinq boules.
4. pour lesquels la boule numéro 8 a été tirée et exactement deux des boules tirées sont rouges.