

Dimension finie et intégration (révisions)

Nom : Prénom :

1. En posant $u = \arctan(x)$, calculer $\int_0^1 \frac{\arctan(x)}{1+x^2} dx$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Soit $J_n = \int_0^1 t^n e^t dt$.

(a) Donner J_0 et J_1 .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(b) À l'aide d'une intégration par parties, trouver une relation de récurrence entre J_{n+1} et J_n pour $n \geq 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dimension finie et intégration (révisions)

3. Soient $(e_1, \dots, e_n) \in E^n$, $p \in \llbracket 1; n \rrbracket$, $F = \text{vect}(e_1, \dots, e_p)$ et $G = \text{vect}(e_{p+1}, \dots, e_n)$.
- (a) Montrer que si $(e_1, \dots, e_p)$ et $(e_{p+1}, \dots, e_n)$ sont génératrices (de F et G respectivement) et si $F + G = E$, alors $(e_1, \dots, e_p, e_{p+1}, \dots, e_n)$ est génératrice de E .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (b) Montrer que si $(e_1, \dots, e_n)$ est libre alors $F + G$ est directe.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dimension finie et intégration (révisions)

Nom :

Prénom :

1. En posant $u = \ln(x)$, calculer $\int_1^e \frac{dx}{x(1 + \ln^2(x))}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Soit $J_n = \int_1^e \ln(t)^n dt$.

(a) Donner J_0 et J_1 .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (b) À l'aide d'une intégration par parties, trouver une relation de récurrence entre J_{n+1} et J_n pour $n \geq 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Soient $(e_1, \dots, e_n) \in E^n$, $p \in \llbracket 1; n \rrbracket$, $F = \text{vect}(e_1, \dots, e_p)$ et $G = \text{vect}(e_{p+1}, \dots, e_n)$.
- (a) Montrer que si $(e_1, \dots, e_p)$ et $(e_{p+1}, \dots, e_n)$ sont libres et si $F+G$ est directe, alors $(e_1, \dots, e_p, e_{p+1}, \dots, e_n)$ est libre.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (b) Montrer que si $(e_1, \dots, e_n)$ est génératrice de E alors $F + G = E$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....