

Dimension finie

Nom :

Prénom :

Exercice 1 : Vrai ou faux ...

- 1. Dans $\mathbb{K}^4$, $ax + by + cz + dt = 0$ avec $(a, b, c, d) \neq (0, 0, 0, 0)$ est une équation définissant un sous-espace vectoriel de dimension 3
- 2. Pour toutes matrices carrées d'ordre p, A et B et tout naturel n, $(AB)^n = A^n B^n$
- 3. Toute famille génératrice d'un espace vectoriel de dimension finie a un cardinal supérieur ou égal à toute famille libre.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dimension finie

Exercice 2 : Montrer que dans $\mathbb{K}[X]$, la famille constituée par un polynôme P de degré n , ainsi que ses polynômes dérivés $P', P'', \dots, P^{(n)}$ est libre.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 3 : Soient E un $\mathbb{C}$ -espace vectoriel et f un endomorphisme de E tel que $f \circ f = -Id_E$. Soient $V = \{x \in E, f(x) = ix\}$ et $W = \{x \in E, f(x) = -ix\}$.

Montrer que V et W sont deux sous-espaces vectoriels supplémentaires dans E .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....