

Endomorphisme remarquable

Nom : Prénom :

1. On donne

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^3 &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x; y; z) &\longmapsto (3x - 2y - 2z; 2x - y - 2z; 2x - 2y - z). \end{aligned}$$

Caractériser géométriquement f . (On ne demande pas les espaces caractéristiques)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Soient $F = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y - z = 0\}$ et $G = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - z = 0 \text{ et } x - y = 0\}$.

2. Montrer que F et G sont des sev de $\mathbb{R}^3$ dont on précisera la dimension et une base que l'on notera e_1, e_2 et e_3 .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Endomorphisme remarquable

3. Soit $u(x; y; z) \in \mathbb{R}^3$. Exprimer u en fonction de e_1, e_2 et e_3 .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. En déduire que $\mathbb{R}^3 = F \oplus G$ et préciser une base autre que la base canonique.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. (a) Rappeler l'expression de la symétrie de base E_1 parallèlement   E_2 lorsque $E = E_1 \oplus E_2$.

.....

.....

.....

(b) On considère f dans $\mathbb{R}^3$, la symétrie de base F parallèlement G.

Donner $f(e_1)$, $f(e_2)$ et $f(e_3)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(c) Compléter :

$$\begin{aligned} f : \quad \mathbb{R}^3 &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x; y; z) &\longmapsto (\cdots; \cdots; \cdots). \end{aligned}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....