COLLES 17 & 18 - *Du 02/02 au 06/02 & du 23/02 au 27/02*

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 17 - Notion d'Ensemble

- Notion d'ensemble, définition avec une forme conditionnelle ou une forme paramétrique
- Ensembles particuliers : ensemble vide, singleton
- Notion d'appartenance/non appartenance à un ensemble (symboles $\in$ et $\notin$)
- Inclusion d'ensemble, ensembles non inclus
- Égalité de deux ensembles par double inclusion ou par équivalence
- Ensemble des parties d'un ensemble $\mathscr{P}(E)$
- Opérations sur les ensembles : union, intersection, ensembles disjoints, différence de deux ensembles, complémentaire d'un ensemble, produit cartésien d'ensemble

Chapitre 18 - Limite d'une fonction

- Définition de limites (en $\pm\infty$, en $x_0^{\pm}$ et en x_0) en terme de quantificateurs
- Limites de référence : fonctions puissances, exponentielle et logarithme
- Opérations sur les limites (somme, produit, inverse, quotient, composée)
- Croissances comparées (théorème et utilisation)
- Théorème de passage à la limite dans une inégalité, théorème des gendarmes (plusieurs versions), théorème de la limite monotone
- Introduction aux notions de petit o, aux équivalents

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- ☐ Définition de l'union de deux ensembles *avec une illustration graphique* *(Chap 17 - Déf 2.1)*
- ☐ Définition de l'intersection de deux ensembles *avec une illustration graphique* *(Chap 17 - Déf 2.2)*
- ☐ Définition du complémentaire d'un ensemble *avec une illustration graphique* *(Chap 17 - Déf 2.10)*

- ☐ Donner les limites en $\pm\infty$ des fonctions puissances, les limites en $\pm\infty$ de la fonction exponentielle, et en 0^+ et $+\infty$ pour le logarithme *avec illustration graphique (tracé des courbes) (Chap 18 - Prop 2.1 et 2.3)*
- ☐ Énoncer le théorème d'encadrement (aussi appelé théorème des gendarmes) *(Chap 18 - Prop 3.3)*
- ☐ Donner les définitions de $f(x) \underset{x\to a}{=} o(g(x))$ et de $f(x) \underset{x\to a}{\sim} g(x)$ *(Chap 18 - Définitions 4.2 et 4.4)*

Un exercice :

- ☐ Dans les phrases suivantes, remplacer les ... par le symbole adéquat entre $\in$ et $\notin$ et justifier l'assertion que l'on obtient. *(Chap 17 - Ex 1.4)*

$1 \ldots\ldots \{x\in\mathbb{R} \mid -1\leqslant x\leqslant 1\}$	$(1,1,-1) \ldots\ldots \{(t,t,-t)\in\mathbb{R}^3 \mid t\in\mathbb{R}\}$
$(2,3) \ldots\ldots \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y=x^2\}$	$\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} \ldots\ldots \left\{ \begin{pmatrix} a & -a \\ 2a & a \end{pmatrix} \in \mathscr{M}_2(\mathbb{R}) \mid a\in\mathbb{R} \right\}$

- ☐ Montrer l'inclusion suivante *(Chap 17 - Ex 1.13)*

$$F=\{x\mapsto x^{2n} \mid n\in\mathbb{N}\} \quad\subset\quad E=\{f \mid f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \text{ est une fonction paire }\}.$$

- ☐ Montrer la non-inclusion suivante *(Chap 17 - Ex 1.17)*

$$E=\{f \mid f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \text{ est une fonction paire }\} \not\subset F=\{x\mapsto x^{2n} \mid n\in\mathbb{N}\}.$$

- ☐ Déterminer les limites suivantes. *(Chap 18 - Section 2.3c))*

  a) $x\mapsto \frac{x+1}{x^2-1}$ en -1 b) $x\mapsto \frac{x^2-4}{x^2+3x-10}$ en 2

- ☐ Montrer que *(Chap 18 - Ex 3.4)*

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\lfloor x\rfloor}{x} = 1.$$

- ☐ Trouver un équivalent simple de la fonction et en déduire sa limite. *(Chap 18 - Ex 4.9)*

  a) $x\mapsto x^3+x^2$ en $-\infty$ b) $x\mapsto \frac{3x^2+1}{x-1}$ en $+\infty$ c) $x\mapsto \frac{x^2+e^{-2x}+2}{\sqrt{x}+2x-3}$ en $+\infty$