

COLLES 03 & 04 - Du 05/10 au 16/10

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 3 - Nombres complexes : étude algébrique

- Définition de $\mathbb{C}$ avec ses règles de calculs
- Forme algébrique d'un nombre complexe, notion de partie réelle/partie imaginaire, unicité de la forme algébrique
- Caractérisation des nombres imaginaires purs, réels
- Représentation géométrique d'un nombre complexe
- Conjugué d'un nombre complexe : définition, règles de calculs
- Module d'un nombre complexe : définition, règles de calculs, inégalité triangulaire
- Racine carrée complexe d'un nombre complexe
- Notion de fonction polynomiale, de racine d'un polynôme
- Factorisation par $z \mapsto z - \alpha$ lorsque α est une racine
- Solutions d'une équation de second degré à coefficients complexes/réelles
- Relations coefficients-racines

NOTES POUR LES COLLEURS/COLLEUSES: La forme trigonométrique d'un nombre complexe sera vue dans un chapitre ultérieur.

Chapitre 4 - Sommes, Produits et Coefficients Binomiaux

- Notation Σ
- Les **sommes de références** : Somme d'une constante, Somme des entiers, Somme des entiers aux carrés, Somme géométrique, Sommes télescopiques
- Formule de factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$
- **Linéarité** de la somme
- **Changement d'indice** dans une somme
- Sommes **doubles**

- Notation $\prod$
- Produit d'une constante
- Règles de manipulation des produits
- Produits télescopiques
- Changement d'indice dans un produit

- Définition de la factorielle
- Définition de $\binom{n}{k}$ par les factorielles
- Formule de Pascal et tableau de Pascal
- Formule de symétrie des coefficients binomiaux
- Formule du binôme de Newton

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice de cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- ☐ Faire la preuve de la relation suivante

$$\forall z \in \mathbb{C}, \quad \operatorname{Re}(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$$

Donner aussi (sans preuve cette fois-ci) la relation similaire pour la partie imaginaire d'un nombre. (*Chap 3 - Proposition 1.19*)

- ☐ Donner la relation faisant le lien entre module et conjugué d'un nombre complexe avec le cas particulier pour les nombres complexes de module 1

$$\forall z \in \mathbb{C}, \quad \bar{z}z = |z|^2 \quad (1) \quad \text{et} \quad \forall z \in \mathbb{C}, |z| = 1 \quad \bar{z} = \frac{1}{z}$$

Faire en plus la preuve de l'égalité (1).

(*Chap 3 - Proposition 1.26*)

- ☐ Donner l'inégalité triangulaire avec le cas d'égalité

(*Chap 3 - Proposition 1.30*)

- ☐ Formule de factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$

(*Chap 4 - Proposition 1.12*)

- ☐ Définition du coefficient binomial $\binom{n}{k}$

(*Chap 4 - Définition 3.7*)

- ☐ Formule du binôme de Newton

(*Chap 4 - Proposition 3.14*)

Un exercice :

- ☐ Donner le conjugué des nombres complexes suivants. (On donnera le résultat sous **forme algébrique**). (*Chap 3 - Ex 1.16*)

a) $2 + 3i$

b) $(1 + 2i)^2$

c) $\frac{1}{2+2i}$

- ☐ Donner le module des nombres complexes suivants.

(*Chap 3 - Ex 1.23*)

a) $-i$

b) $1 + 2i$

c) $-2 - i$

- ☐ Donner les racines carrées complexes des nombres suivants.

(*Chap 3 - Ex 2.2*)

a) -1

b) -4

c) -2

- ☐ Calculer les trois sommes suivantes

(*Chap 4 - Exemples 1.6, 1.8 et 1.11*)

a) $\sum_{k=1}^4 2$

b) $\sum_{k=0}^{n+1} k$

c) $\sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k}$

- ☐ Calculer les trois produits suivants

(*Chap 4 - Exemples 2.5, 2.7 et 2.9*)

a) $\prod_{k=1}^{10} 2$

b) $\prod_{k=0}^n \frac{4^k}{2}$

c) $\prod_{k=2}^7 \frac{k}{k+1}$

- ☐ Développer les trois quantités suivantes

(*Chap 4 - Exemples 3.15, 3.16 et 3.17*)

a) $(a+b)^4$ pour $a, b \in \mathbb{R}$

b) $(2x+1)^3$ pour $x \in \mathbb{R}$

c) $(x-3)^3$ pour $x \in \mathbb{R}$