DM 2

À rendre pour le lundi 3 novembre 2026 (facultatif)

Exercice 1 – Un petit pivot de Gauss. Résoudre le système suivant d'inconnue $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ à l'aide du pivot de Gauss.

$$\begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -2 \end{cases}$$

Faire apparaître la **vérification** sur votre copie.

Exercice 2 – Exercice DS2. L'objectif de cet exercice est d'étudier la fonction f définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, \qquad f(x) = \mathrm{ch}^2(x) + \mathrm{sh}(x)$$

1. Rappeler l'expression des fonctions ch et sh.
2. Démontrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{ch}^2(x) - \mathrm{sh}^2(x) = 1$.
3. Montrer que la fonction $k : x \longmapsto 2\mathrm{sh}(x) + 1$ réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J à déterminer. *On admet que* $\lim\limits_{x\to-\infty} k(x) = -\infty$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} k(x) = +\infty$.
4. Justifier que l'équation $2\mathrm{sh}(x) + 1 = 0$ admet une unique solution $\alpha \in \mathbb{R}$. *On ne demande pas de déterminer la valeur de* α.
5. En déduire le tableau de signes de la fonction $k : x \longmapsto 2\mathrm{sh}(x) + 1$.
6. Montrer que
$$f(\alpha) = \frac{3}{4}$$
7. Dresser le tableau de variations de f. *On admet que* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
8. En déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq 0$.
9. Tracer la courbe représentative de f. *On admet que* $\alpha \approx -0.48$.
10. La fonction f admet-elle un minimum ? un maximum ?

Exercice 3 – Un peu de Python.... Sans l'aide de l'ordinateur, donner l'affichage des programmes Python suivants.

1. Programme 1

```
a = 1
b = 6
a = 2*b-1
b = 2*a
a = a -2
print(a)
print(b)
```

2. Programme 2

```
L = [4,5, [1,3]]
x = L[1]
print(x+2)
L.append(-1)
print(len(L))
L[2]=0
print(L+[0,1,2])
```

3. Programme 3

```
c = 0
for i in range(4):
    c=c+2*i
    print(c)
print(c)
```