COLLES 05 & 06 - *Du 02/11 au 13/11*

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 5 - Fonctions bijectives

- Définition d'une fonction bijective, de bijection réciproque (illustration sur le graphe d'une fonction, mise en garde sur l'importance du choix des ensembles de départ et d'arrivée pour l'obtention du caractère bijectif)
- Trois méthodes pour démontrer qu'une fonction est bijective :
  - Méthode 1 : Intuiter la bijectin réciproque puis démontrer sa conjecture grâce à un argument de composition
  - Méthode 2 : Résolution de l'équation «$f(x) = y$»
  - Méthode 3 : Théorème de la bijection (Notion préalable : notion d'image directe d'un ensemble)
- Hypothèses permettant de récupérer la continuité/la dérivabilité de f^{-1} (et une formule pour sa dérivée)
- Rappels sur les fonctions exponentielle et logarithme
  - Propriétés qualitatives des fonctions (domaine de définition, majorant/minorant, dérivée, monotonie, valeurs particulières, limites)
  - Propriétés algébriques des fonctions et règles de calculs

Chapitre 6 - Nombres complexes : forme trignométrique

- Définition de $e^{i\theta}$
- Écriture d'un nombre complexe de module 1 comme $e^{i\theta}$
- Forme trigonométrique d'un nombre complexe, module, argument
- Exponentielle d'un nombre complexe
- Racines n-ièmes de l'unité, racines n-ièmes d'un nombre
- Lien avec la trigonométrie :
  - Formule d'Euler, savoir linéariser
  - Formule de Moivre, savoir délinéariser
  - Technique de l'angle moitié
  - Calcule de sommes de cosinus et de sinus
- Lien avec la géométrie du plan : notion de distance et d'angle en fonction du module et d'un argument, caractérisation d'alignement et d'orthogonalités via les nombres complexes, transformations du plan (translation, homothétie, rotation)

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total).
Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.

Un énoncé :

- ☐ Donner la définition d'une fonction bijective de I vers J *(Chap 5 - Définition 1.1)*
- ☐ Énoncer le théorème de la bijection *(Chap 5 - Proposition 2.9)*
- ☐ Énoncer les hypothèses permettant de récupérer la dérivabilité de f^{-1} et donner la formule pour sa dérivée *(Chap 5 - Proposition 3.2)*

- ☐ Définition de la forme trigonométrique d'un nombre complexe *(Chap 6 - Proposition 1.8)*
- ☐ Donner la définition de l'exponentielle d'un nombre complexe *(Chap 6 - Définition 1.16)*
- ☐ Donner la forme des racines n-ièmes de l'unité *(Chap 6 - Proposition 2.2)*

Un exercice :

- ☐ Montrer que la fonction
$$f : \mathbb{R}\setminus\{-2\} \longrightarrow \mathbb{R}\ ;\ x \longmapsto \frac{3x-5}{x+2}$$
est bijective de $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ dans $\mathbb{R}\setminus\{3\}$ et déterminer sa bijection réciproque. *(Chap 5 - Ex 2.3)*
- ☐ Déterminer $f(\mathbb{R})$ où *(Chap 5 - Ex 2.7)*
$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & x^2+4x+1 \end{array}$$
- ☐ Soit f la fonction définie par, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x^3+x+1$. Démontrer que f réalise une bijection de l'intervalle $[-1,0]$ sur un intervalle J à déterminer. . *(Chap 5 - Ex 2.10)*

- ☐ Écrire les nombres complexes suivants sous forme trigonométrique et en déduire leur argument. *(Chap 6 - Exemple 1.13)*
  a) $1+i$ b) $-1+i\sqrt{3}$
- ☐ Donner les racines n-ièmes de l'unité sous forme trigonométrique et sous forme algébrique pour $n=2$, $n=3$ et $n=4$ *(Chap 6 - Exemple 2.3)*
- ☐ Déterminer les racines 2-ièmes (c'est-à-dire les racines carrées) du nombre i. *(Chap 6 - Exemple 2.8)*