

COLLES 05 & 06 - Du 13/10 au 17/10 & du 03/11 au 07/11

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 5 - Sommes, Produits et Coefficients Binomiaux

- Notation Σ
- Les **sommes de références** : Somme d'une constante, Somme des entiers, Somme des entiers aux carrés, Somme géométrique, Sommes télescopiques
- Formule de factorisation de $a^n - b^n$
- **Linéarité** de la somme
- **Changement d'indice** dans une somme
- Sommes **doubles**

- Notation \prod
- Produit d'une constante
- Règles de manipulation des produits
- Produits télescopiques
- Changement d'indice dans un produit

- Définition de la factorielle
- Définition de $\binom{n}{k}$ par les factorielles
- Formule de Pascal et tableau de Pascal
- Formule de symétrie des coefficients binomiaux
- Formule du binôme de Newton

Chapitre 6 - Nombres complexes : forme trigonométrique

- Définition de $e^{i\theta}$
- Écriture d'un nombre complexe de module 1 comme $e^{i\theta}$
- Forme trigonométrique d'un nombre complexe, module, argument
- Exponentielle d'un nombre complexe
- Racines n -ièmes de l'unité, racines n -ièmes d'un nombre
- Lien avec la trigonométrie :
 - Formule d'Euler, savoir linéariser
 - Formule de Moivre, savoir délinéariser
 - Technique de l'angle moitié
 - Calcul de sommes de cosinus et de sinus
- Lien avec la géométrie du plan : notion de distance et d'angle en fonction du module et d'un argument, caractérisation d'alignement et d'orthogonalités via les nombres complexes, transformations du plan (translation, homothétie, rotation)

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice de cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.

Un énoncé :

- Formule de factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$ (Chap 5 - Proposition 1.12)
- Définition du coefficient binomial $\binom{n}{k}$ (Chap 5 - Définition 3.7)
- Formule du binôme de Newton (Chap 5 - Proposition 3.14)

- Définition de la forme trigonométrique d'un nombre complexe (Chap 6 - Proposition 1.8)
- Donner la définition de l'exponentielle d'un nombre complexe (Chap 6 - Définition 1.16)
- Donner la forme des racines n -ièmes de l'unité (Chap 6 - Proposition 2.2)

Un exercice :

- Calculer les trois sommes suivantes (Chap 5 - Exemples 1.6, 1.8 et 1.11)

a) $\sum_{k=1}^4 2$	b) $\sum_{k=0}^{n+1} k$	c) $\sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k}$
---------------------	-------------------------	---------------------------------
- Calculer les trois produits suivants (Chap 5 - Exemples 2.5, 2.7 et 2.9)

a) $\prod_{k=1}^{10} 2$	b) $\prod_{k=0}^n \frac{4^k}{2}$	c) $\prod_{k=2}^7 \frac{k}{k+1}$
-------------------------	----------------------------------	----------------------------------
- Développer les trois quantités suivantes (Chap 5 - Exemples 3.15, 3.16 et 3.17)

a) $(a+b)^4$ pour $a, b \in \mathbb{R}$	b) $(2x+1)^3$ pour $x \in \mathbb{R}$	c) $(x-3)^3$ pour $x \in \mathbb{R}$
---	---------------------------------------	--------------------------------------

- Écrire les nombres complexes suivants sous forme trigonométrique et en déduire leur argument. (Chap 6 - Exemple 1.13)

a) $1+i$	b) $-1+i\sqrt{3}$
----------	-------------------
- Donner les racines n -ièmes de l'unité sous forme trigonométrique et sous forme algébrique pour $n = 2$, $n = 3$ et $n = 4$ (Chap 6 - Exemple 2.3)
- Déterminer les racines 2-ièmes (c'est-à-dire les racines carrées) du nombre i . (Chap 6 - Exemple 2.8)