

COLLES 09 & 10 - Du 24/11 au 28/11 & du 01/12 au 05/12

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 9 - Calcul d'une primitive

- Notion de primitive
- Existence d'une primitive, non unicité de manière générale, unicité sous condition
- Primitives des fonctions usuelles (ln, exp, fonctions puissances, fonctions trigonométriques, fonctions trigonométriques hyperboliques, fonctions trigonométriques réciproques), primitives d'une composée
- Primitive d'une fraction rationnelle de la forme

$$x \mapsto \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

- Primitive d'un produit exp/cos ou exp/sin en passant par les nombres complexes

Chapitre 10 - Calcul Matriciel

- Notion de matrice, écriture compacte ou en extension
- Ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$
- Egalité de deux matrices
- Matrice nulle et identité
- Opérations : addition de deux matrices, multiplication d'une matrice par un scalaire, multiplication de deux matrices, transposition, puissance d'une matrice carrée (notion de matrice nilpotente)
- Matrices symétrique/antisymétrique, ensembles $\mathcal{S}_n(\mathbb{K})$ et $\mathcal{A}_n(\mathbb{K})$
- Vecteurs de la base canonique de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$, de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, matrices élémentaires, produits de deux matrices élémentaires
- Matrices diagonales, triangulaires (supérieures/inférieures)
- Matrice inversible : définition, cas particuliers (avec un polynôme annulateur, matrices 2×2 , matrices diagonales, triangulaires)

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice de cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.

Un énoncé :

- ☐ Donner la définition d'une primitive (Chap 9 - Définition 1.1)
 - ☐ Donner la condition d'existence d'une primitive (Chap 9 - Proposition 2.1)
 - ☐ Donner l'ensemble des primitives d'une fonction continue sur un intervalle connaissant une primitive (Chap 9 - Proposition 2.2, Deuxième point)
-
- ☐ Donner la définition d'une matrice inversible (Chap 10 - Définition 4.1)
 - ☐ Donner le critère d'inversibilité pour une matrice 2x2 et l'inverse le cas échéant (Chap 10 - Proposition 4.9)
 - ☐ Donner le critère d'inversibilité pour une matrice diagonale et l'inverse le cas échéant (Chap 10 - Proposition 4.12)

Un exercice :

- ☐ 1. Montrer que la fonction $F : x \mapsto x \ln(x) - x$ est une primitive de la fonction $f : x \mapsto \ln(x)$ sur $]0, +\infty[$. (Chap 9 - Exemple 1.2)
- 2. En déduire l'unique primitive de la fonction $x \mapsto \ln(x)$ sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1. (Chap 9 - Exemple 2.5)
- ☐ Déterminer une primitive de chaque des fonctions suivant **en précisant l'intervalle de validité**. (Chap 9 - Exemple 3.3)
 - a) $x \mapsto 3x^2 - 5x + 3$
 - b) $x \mapsto \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$
 - c) $x \mapsto \cos(3x) + \frac{1}{1+x^2}$
- ☐ Déterminer une primitive de chaque des fonctions suivant **en précisant l'intervalle de validité**. (Chap 9 - Exemple 3.5)
 - a) $x \mapsto 2x \exp(x^2)$
 - b) $x \mapsto \frac{2x}{1+x^2}$
 - c) $x \mapsto 3(3x-5)^4$

- ☐ On considère les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Calculer, si c'est possible, les matrices AB et BA .

(Chap 10 - Exemple 2.12)

- ☐ On considère la matrice $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ donnée par,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Montrer que la matrice A est nilpotente et préciser son ordre de nilpotence. (Chap 10 - Exemple 3.5)

- ☐ Soient

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Montrer que A est inversible et que $A^{-1} = B$.

(Chap 10 - Exemple 4.2)