

COLLE 01 - Semaine du 15/09 au 19/09

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Prerequis

- Savoir représenter un intervalle sur la droite réelle; connaître les définitions de chaque type d'intervalle

Chapitre 1 - Étude qualitative d'une fonction

- Notion de domaine de définition (lien avec les valeurs interdites pour une fraction/une racine carrée/un logarithme)
- Notion d'ensemble dans lequel la fonction prend ses valeurs.
- Représentation graphique d'une fonction, notion d'image, d'antécédent.
- Représentation graphique des fonctions usuelles (exp, log, valeur absolue, carré, cube, racine carrée, inverse,...)
- Transformation affines d'une représentation graphique (translation, dilatation, symétrie)
- Opérations sur les fonctions : somme, produit, fonction, composition
- Dérivée des fonctions usuelles **NOTES POUR LES COLLEURS/COLLEUSES:** On ne parle pas encore d'ensemble de dérivabilité d'une fonction, on pourra juste parler si nécessaire d'ensemble de définition de la dérivée.
- Notion de parité/d'imparité, de périodicité
- Notion de monotonie, lien avec le signe de la dérivée, lien avec la manipulation d'inégalités
- Notion de majorant/minorants/minimum/maximum

Chapitre 2 - Trigonométrie

- Définition du cosinus et du sinus
- Notion de congruence modulo 2π
- Relation fondamentale : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
- Valeurs remarquables
- Formules de trigonométrie : formules d'addition, de duplication, de linéarisation, de symétrie, de développement, de factorisation
- Les fonctions cosinus et sinus : caractère borné, périodique, paire/impair, dérivée, inégalité classique
- La fonction tangente : ensemble de définition, valeurs remarquables, formules de symétrie/d'addition, dérivée
- Résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice de cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.

Un énoncé :

- Représenter l'allure de trois fonctions usuelles parmi les suivantes : exp, log, valeur absolue, carré, cube, racine carrée, inverse (le choix est laissé au colleur/la colleuse) (Chapitre 1 - Tableau de la Section 1.2)
 - Donner la dérivée de trois fonctions usuelles parmi les suivantes : fonction puissance, exp, log, cos, sin (le choix est laissé au colleur/la colleuse) (Chapitre 1 - Section 2.1)
 - Donner la définition d'une fonction paire (Chapitre 1 - Section 3.3)
-
- Représenter sur le cercle trigonométrique les angles $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ et indiquer les valeurs de cos/sin associées (Chap 2 - Fin section 1)
 - Donner les formules d'additions (pour $\cos(a+b)$ et $\sin(a+b)$ seulement, on pourra éventuellement demander comment en déduire facilement les formules pour $\cos(a-b)$ et $\sin(a-b)$) (Chap 2 - Proposition 2.1)
 - Donner les formules de symétrie (pour $\cos(\pi+x)$ et $\sin(\pi+x)$ seulement) en expliquant grâce à un dessin du cercle trigonométrique comment on visualise une telle symétrie (Chap 2 - Proposition 2.8)

Un exercice :

- Donner la dérivée des trois fonctions suivantes (sans se soucier des domaines de définition). (Chapitre 1 - Exemple 2.3)

a) $x \mapsto \cos(2x+1)$

b) $x \mapsto \exp\left(\frac{1}{x}\right)$

c) $x \mapsto \ln(2x+1)$

- Montrer que la fonction suivante est impaire. (Chap 1 - Exemple 3.4)

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{x^5}{x^4+3x^2+1}$$

- Étudier les variations de la fonction φ définie sur $]0, +\infty[$ par (Chap 1 - Exemple 4.6)

pour tout $t > 0$, $\varphi(t) = \frac{\ln(t)}{t}$

-
- On admet que $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}\sqrt{5-\sqrt{5}}$. En déduire la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$. (Chap 2 - Exemple 1.9)
 - Calculer la valeur de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ en remarquant que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$. (Chap 2 - Exemple 2.2)
 - Déterminer l'ensemble des réels vérifiant l'équation $\cos(2x-\pi) = \cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$. (Chap 2 - Ex 5.3)