

COLLES 11 & 12 - Du 08/12 au 12/12 & du 15/12 au 19/12

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 11 - Calcul d'intégrales

- Définition de l'intégrale sur un segment d'une fonction continue
- Interprétation graphique/lien avec l'aire algébrique
- Propriétés : Linéarité de l'intégrale, relation de Chasles, Positivité et croissance de l'intégrale
- Techniques de calcul : primitives direct, changement de variables, intégration par parties
- Théorème fondamental du calcul intégral

Chapitre 12 - Équations Différentielles

- Notion d'équation différentielle
- Équation différentielle linéaire du premier ordre
 - Résolution dans le cas homogène
 - Méthodes pour trouver une solution particulière : cas particuliers (second membre polynomial, exponentielle, trigonométrique), méthode de variation de la constante, principe de superposition
 - Principe général de résolution
- Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants
 - Résolution dans le cas homogène
 - Méthodes pour trouver une solution particulière seulement dans des cas particuliers (second membre polynomial, exponentielle, trigonométrique) et principe de superposition
 - Principe général de résolution
- Notion de problème de Cauchy (unicité sous contrainte)

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment *(Chap 11 - Définition 1.1)*
- Donner la relation de Chasles *(Chap 11 - Proposition 1.6)*
- Donner l'énoncé du théorème fondamental du calcul intégral *(Chap 11 - Proposition 3.1)*

- Donner l'ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire du 1er ordre homogène $y' + a(t)y = 0$ *(Chap 12 - Proposition 2.7)*
- Donner l'ensemble des solutions réelles d'une équation différentielle linéaire du 2nd ordre à coefficients constants homogène $y'' + a_1y' + a_0y = 0$ *(Chap 12 - Proposition 3.10)*

Un exercice :

- Calculer l'intégrale $I = \int_0^3 |x - 1| dx$ *(Chap 11 - Exemple 1.7)*
- Comparer les deux intégrales suivantes (sans les calculer) : *(Chap 11 - Exemple 1.9)*

$$I_1 = \int_0^1 xe^{-x} dx \quad \text{et} \quad I_2 = \int_0^1 x^2 e^{-x} dx$$

- Calculer $I = \int_1^e \frac{\ln(x)}{x(1+(\ln x)^2)} dx$ à l'aide du changement de variables $t = \ln(x)$. *(Chap 11 - Exemple 2.8)*
- Calculer $I = \int_0^1 te^{2t} dt$ à l'aide d'une intégration par parties. *(Chap 11 - Exemple 2.11)*

- Résoudre l'ensemble des équations différentielles suivantes *(Chap 12 - Exemple 2.8)*
 - a) $y' - 5y = 0$
 - b) $y' + 2ty = 0$
 - c) $y' + e^t y = 0$
- Résoudre l'ensemble des équations différentielles suivantes *(Chap 12 - Exemple 3.11)*
 - a) $y'' + y' - 6y = 0$
 - b) $y'' + y' + y = 0$