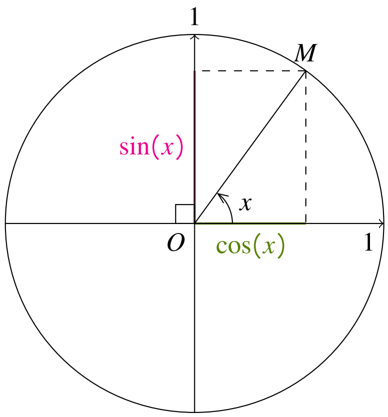
2. Trigonométrie

1 Le cercle trigonométrique

On munit le plan d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Définition 1.1 — Cercle trigonométrique. Le **cercle trigonométrique** est le cercle du plan de centre O et de rayon 1.

On oriente le cercle trigonométrique dans le **sens trigonométrique** (sens contraire de celui des aiguilles d'une montre). On repère un point M du cercle trigonométrique grâce à l'angle orienté $(\vec{i},\overrightarrow{OM})$. Cet angle correspond à la longueur algébrique de l'arc de cercle entre le point $I(1,0)$ et le point M. Le signe est positif $(+)$ si l'on tourne dans le sens trigonométrique et négatif $(-)$ sinon. À partir du cercle trigonométrique, on définit le cosinus et le sinus d'un angle (en radians) de la manière suivante.



En radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π
En degré	0°	30°	45°	60°	90°	180°	360°

Définition 1.2 — Cosinus et Sinus. Soit $x \in \mathbb{R}$. Soit M le point du cercle trigonométrique tel que $(\vec{i},\overrightarrow{OM}) = x$. On note alors
- $\cos(x)$ l'abscisse du point M,
- $\sin(x)$ l'ordonnée du point M.

Exemple 1.3 Avec cette définition, on obtient directement que

a) $\cos(0) =$ b) $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) =$ c) $\cos(-\pi) =$

d) $\sin(0) =$ e) $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) =$ f) $\sin(-\pi) =$

Puisque le cercle trigonométrique a pour longueur 2π et qu'il est possible de faire plusieurs tours, plusieurs mesures de l'angle orienté conduisent au même point. Par exemple, les mesures

$$\frac{\pi}{4}, \quad \frac{\pi}{4}+2\pi, \quad \frac{\pi}{4}+4\pi, \quad \frac{\pi}{4}-2\pi$$

conduisent toutes au même point M. Souvent, on utilise la mesure de l'angle qui est comprise entre 0 et 2π pour simplifier les calculs.

Proposition 1.4 Si θ est une mesure de l'angle orienté $(\vec{i},\overrightarrow{OM})$, alors, pour tout $k \in \mathbb{Z}$, $\theta' = \theta + 2k\pi$ en est une autre. On dit que θ' est congru à θ modulo 2π, noté

$$\theta' \equiv \theta\,[2\pi]$$

Exemple 1.5 Déterminer la valeur dans $[0,2\pi]$ de chacun des angles suivants.

a) $\frac{22\pi}{3} \equiv$ b) $-\frac{27\pi}{4} \equiv$

Exemple 1.6 On obtient directement que

a) $\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) =$ b) $\cos\left(\frac{7\pi}{2}\right) =$ c) $\cos\left(-\frac{5\pi}{2}\right) =$

Par définition du cosinus et du sinus, on obtient le résultat suivant.

Proposition 1.7 — Encadrement de cos/sin. On a,

$$\forall x \in \mathbb{R},\ \ -1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1 \quad \text{et} \quad \forall x \in \mathbb{R},\ \ -1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$$

Le cercle trigonométrique peut être pensé de deux façons différentes.

- **Équation cartésienne du cercle trigonométrique.** Par définition, le cercle trigonométrique est l'ensemble des points $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tels que

$$x^2 + y^2 = 1$$

- **Paramétrisation du cercle trigonométrique.** Ainsi, un point M de coordonnées dans le plan (abs, ord) appartient au cercle trigonométrique si et seulement si

$$\exists x \in \mathbb{R}, \quad \begin{cases} \text{abs} = \cos(x) \\ \text{ord} = \sin(x) \end{cases}$$

Proposition 1.8 Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.

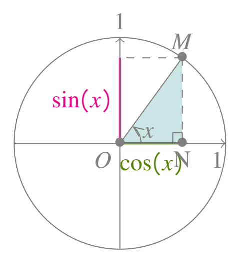
Démonstration.

Soient $x \in \mathbb{R}$, M le point de coordonnées $(\cos(x), \sin(x))$ et N celui de coordonnées $(\cos(x), 0)$ dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Le triangle OMN est rectangle en M. Donc, d'après le **théorème de Pythagore**,

$$OM^2 = ON^2 + NM^2$$

c'est-à-dire

$$1 = \cos^2(x) + \sin^2(x)$$

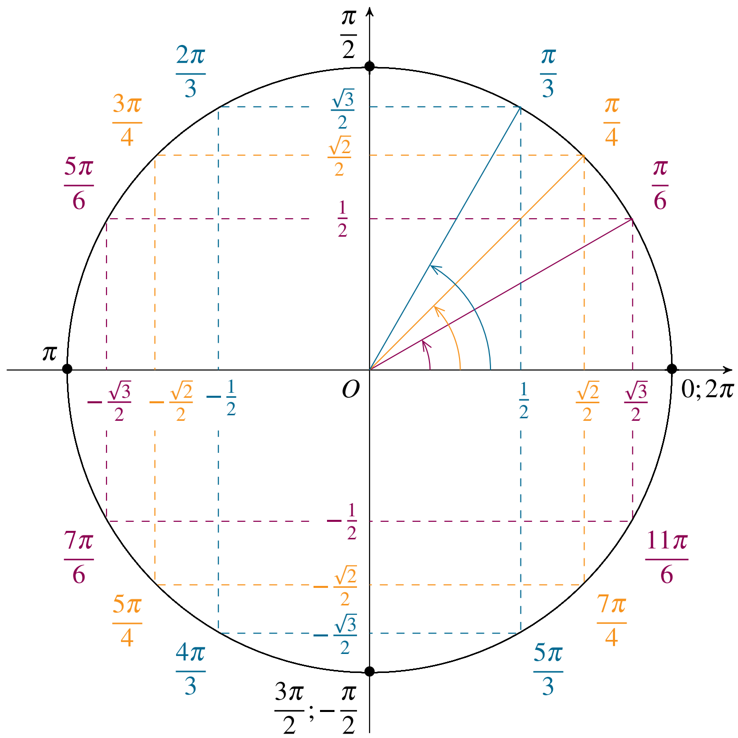


Cette formule donne un lien entre la valeur d'un cosinus et celui du sinus correspondant. Connaissant l'une des deux valeurs, on peut donc en déduire la seconde.

Exemple 1.9 On admet que $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}\sqrt{5 - \sqrt{5}}$. En déduire la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$.

Le tableau des valeurs remarquables, à connaître par cœur ou à savoir retrouver graphiquement très rapidement et sans erreur, est le suivant. On déduit facilement les autres valeurs par symétrie en s'aidant du cercle trigonométrique.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0



2 Formules de trigonométrie

2.1 Formules d'addition : cos/sin d'une somme

Les formules suivantes sont à connaitre par coeur.

Proposition 2.1 Pour tout $a, b \in \mathbb{R}$, on a,

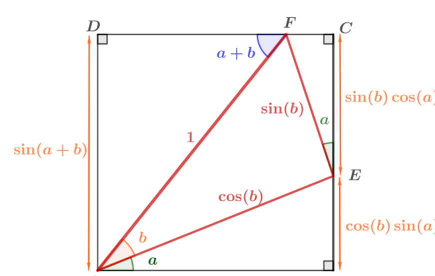
- $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$
- $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$
- $\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$
- $\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \sin(b)\cos(a)$

Démonstration.

En utilisant que dans un triangle rectangle,

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypothénuse}} \text{ et } \sin(\alpha) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypothénuse}}$$

(autrement dit *«sohcahtoa»*), on prouve les formules pour $\cos(a+b)$ et $\sin(a+b)$. Les formules pour $\cos(a-b)$ et $\sin(a-b)$ sont obtenues en prenant $-b$ à la place de b et en utilisant la parité du cosinus/l'imparité du sinus.



■

Exemple 2.2 Calculer la valeur de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

Exemple 2.3 Écrire, pour tout $x \in \mathbb{R}$, la quantité $\sin(x) + \cos(x)$ sous la forme d'un seul sinus.

Les formules suivantes sont aussi à connaître par coeur, mais peuvent se retrouver à partir des formules d'addition.

Proposition 2.4 — Formules de duplication. Pour tout $a \in \mathbb{R}$, on a,

- $\cos(2a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a)$
- $\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$

Proposition 2.5 — Formules de linéarisation. Pour tout $a \in \mathbb{R}$, on a,

- $\cos^2(a) = \frac{1+\cos(2a)}{2}$
- $\sin^2(a) = \frac{1-\cos(2a)}{2}$

Démonstration. Soit $a \in \mathbb{R}$.

- On a,

$$\begin{aligned}\cos(2a) &= \cos(a+a)\\ &= \cos(a)\cos(a) - \sin(a)\sin(a)\\ &= \cos^2(a) - \sin^2(a)\\ &= \cos^2(a) - (1-\cos^2(a))\\ &= 2\cos^2(a) - 1\end{aligned}$$

- On a,

$$\begin{aligned}\sin(2a) &= \sin(a+a)\\ &= \sin(a)\cos(a) + \sin(a)\cos(a)\\ &= 2\sin(a)\cos(a)\end{aligned}$$

■

On peut itérer le même processus de preuve pour trouver des formules donnant, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(nx)$ (avec n entier) en fonction de $\cos(x)$ et de ses puissances ou en fonction de $\sin(x)$ et de ses puissances. C'est ce qu'on appelle le processus de **délinéariser**.

Exemple 2.6 Exprimer, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(3x)$ en fonction de $\cos(x)$ et de ses puissances.

Exemple 2.7 Calculer $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

2.2 Formules de symétrie

Les formules suivantes peuvent se déduire des formules d'addition, ou se trouver rapidement par lecture graphique. Il n'est donc pas nécessaire de les apprendre par coeur si on sait les retrouver rapidement.

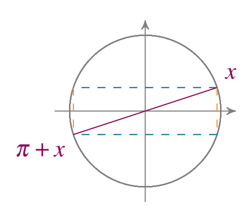
Proposition 2.8 Soit $x \in \mathbb{R}$.

- Formules de symétrie avec l'angle π.
  - $\cos(\pi + x) = -\cos(x)$
  - $\sin(\pi + x) = -\sin(x)$
  - $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$
  - $\sin(\pi - x) = \sin(x)$
- Formules de symétrie avec l'angle $\frac{\pi}{2}$.
  - $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin(x)$
  - $\sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos(x)$
  - $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x)$
  - $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos(x)$
- Formules de parité/imparité.
  - $\cos(-x) = \cos(x)$
  - $\sin(-x) = -\sin(x)$

Démonstration. On présente deux manières de retrouver ses formules : en utilisant les formules d'addition ou par représentation graphique.

Soit $x \in \mathbb{R}$. On a,

$$\begin{aligned}\cos(\pi + x) &= \cos(\pi)\cos(x) - \sin(\pi)\sin(x)\\ &= -1 \times \cos(x) - 0 \times \sin(x)\\ &= -\cos(x)\end{aligned}$$



■

2.3 Formules de développement : produit de cos/sin

Les formules suivantes sont à retrouver rapidement à partir des formules d'addition.

Proposition 2.9 Soient $a, b \in \mathbb{R}$. On a,

- $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$ (produit cos/cos)
- $\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$ (produit sin/sin)
- $\sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$ (produit sin/cos)

Démonstration. Soient $a, b \in \mathbb{R}$.

L_1	$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$
L_2	$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$
L_3	$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$
L_4	$\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \sin(b)\cos(a)$
$L_2 + L_1$	$\cos(a-b) + \cos(a+b) = 2\cos(a)\cos(b)$
$L_2 - L_1$	$\cos(a-b) - \cos(a+b) = 2\sin(a)\sin(b)$
$L_3 + L_4$	$\sin(a+b) + \sin(a-b) = 2\sin(a)\cos(b)$

Il reste ensuite à diviser par deux. ∎

2.4 Formules de factorisation : somme de cos/sin

Nous verrons dans un chapitre ultérieur un moyen efficace pour retrouver facilement les formules de factorisation suivantes à l'aide de l'exponentielle complexe. Ces formules ne sont donc pas à apprendre par coeur.

Proposition 2.10 Soient $p, q \in \mathbb{R}$. On a,

- $\cos(p) + \cos(q) = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$
- $\sin(p) + \sin(q) = 2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$
- $\cos(p) - \cos(q) = -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$
- $\sin(p) - \sin(q) = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$

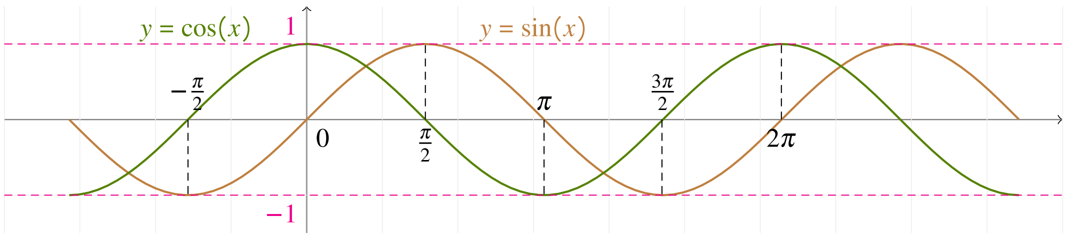
Exemple 2.11 Calculer $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

3 Les fonctions cosinus et sinus

Définition 3.1 On définit les fonctions cosinus et sinus par

$$\begin{array}{rccc} \cos & : & \mathbb{R} & \to & [-1,1] \\ & & x & \mapsto & \cos(x) \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{rccc} \sin & : & \mathbb{R} & \to & [-1,1] \\ & & x & \mapsto & \sin(x) \end{array}$$

Les représentations graphiques des fonctions cosinus et sinus sont les suivantes. En particulier, on retrouve les valeurs particulières de ces fonctions.



Par définition des fonctions cos et sin, on obtient les propriétés suivantes.

Proposition 3.2

- Les fonctions cosinus et sinus sont **bornées**. En particulier,

$$\forall x \in \mathbb{R}, \ -1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1 \qquad \text{et} \qquad \forall x \in \mathbb{R}, \ -1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$$

- Les fonctions cosinus et sinus sont 2π-**périodique**, c'est-à-dire

$$\forall x \in \mathbb{R}, \forall k \in \mathbb{Z}, \ \cos(x+2k\pi) = \cos(x) \qquad \text{et} \qquad \forall x \in \mathbb{R}, \forall k \in \mathbb{Z}, \ \sin(x+2k\pi) = \cos(x)$$

- La fonction cosinus est **paire** sur $\mathbb{R}$ et la fonction sinus est **impaire** sur $\mathbb{R}$, c'est-à-dire

$$\forall x \in \mathbb{R}, \ \cos(-x) = \cos(x) \qquad \text{et} \qquad \forall x \in \mathbb{R}, \ \sin(-x) = -\sin(x)$$

Proposition 3.3 Les fonctions cosinus et sinus sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et

$$\forall x \in \mathbb{R}, \ \cos'(x) = -\sin(x) \qquad \text{et} \qquad \forall x \in \mathbb{R}, \ \sin'(x) = \cos(x)$$

Exemple 3.4 Soient $a, b \in \mathbb{R}$. On considère la fonction f, donnée par

$$\begin{array}{rcccc} f & : & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & & x & \mapsto & \cos(2x) - 2\cos^2(x) + 1 \end{array}$$

Montrer que f est une fonction constante sur $\mathbb{R}$. En déduire que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \qquad \cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$$

Proposition 3.5 La courbe de la fonction sinus est en-dessous de sa tangente en zéro, c'est-à-dire

$$\forall x \in \mathbb{R}, \qquad |\sin(x)| \leqslant |x|$$

En particulier,

$$\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \qquad 0 \leqslant \sin(x) \leqslant x$$

Preuve (Version simplifiée). Montrons seulement que

$$\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \qquad 0 \leqslant \sin(x) \leqslant x$$

On sait déjà que l'inégalité de gauche est vraie. Il reste seulement à prouver l'inégalité de droite. Pour cela, on peut définir la fonction

$$f \quad : \quad \begin{array}{ccc} \left[0, \frac{\pi}{2}\right] & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x - \sin(x) \end{array}$$

La fonction f est dérivable sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ comme somme de fonctions dérivables sur cet intervalle et

$$\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \qquad f'(x) = 1 - \cos(x) \geqslant 0$$

On obtient ainsi le tableau de variations suivant pour f.

x	0	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$	$+$	
f	0 $\nearrow$	$\frac{\pi}{2} - 1$

On en déduit en particulier que,

$$\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \qquad f(x) \geqslant 0$$

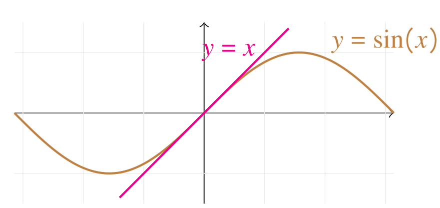
c'est-à-dire

$$\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \qquad \sin(x) \geqslant x$$

■

! En fait, cette inégalité découle directement de la **concavité** de la fonction sin sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. Ainsi, la courbe de la fonction sinus, sur cet intervalle, est en-dessous de la tangente au point 0 qui est la droite d'équation

$$y = \sin'(0)(x - 0) + \sin(0) = x$$



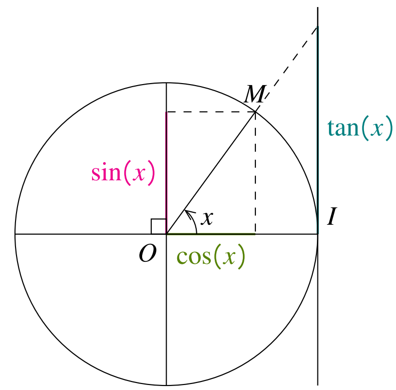
4 La fonction tangente

Définition 4.1 Sur l'ensemble

$$\mathcal{D}_{\tan} = \mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\} = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right[$$

on définit la fonction **tangente**, notée tan par

$$\forall x \in \mathcal{D}_{\tan}, \quad \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

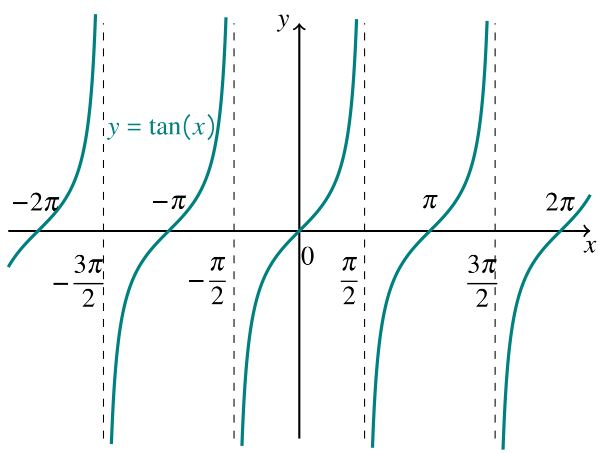


Démonstration. On a,

$$\begin{aligned} \tan(x) \text{ existe} &\iff \cos(x) \neq 0 \\ &\iff x \notin \left\{\dots, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots\right\} \\ &\iff x \notin \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \end{aligned}$$

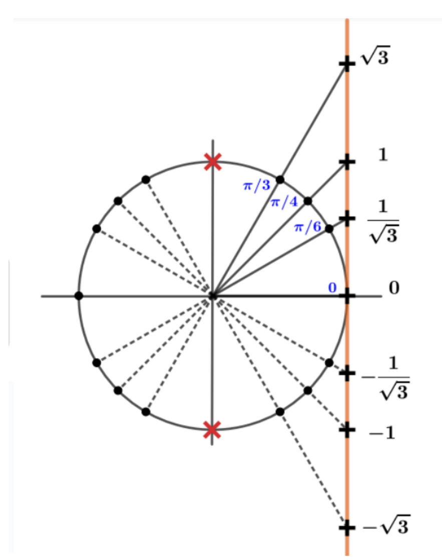
■

La représentation graphique de la fonction tangente est la suivante.



Le tableau des valeurs remarquables de la fonction tangente sont les suivantes.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\tan(x)$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	X	0



Démonstration. Par exemple,

$$\begin{aligned} \tan\left(\frac{\pi}{6}\right) &= \frac{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)} \\ &= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

■

Proposition 4.2 — Propriétés de symétrie. Pour tout $x \in \mathcal{D}_{\tan}$,

$$\tan(\pi + x) = \tan(x) \qquad \text{et} \qquad \tan(\pi - x) = -\tan(x)$$

En particulier, la fonction tangente est **π-périodique**.

Démonstration. Soit $x \in \mathcal{D}_{\tan}$. On a,

$$\tan(\pi + x) = \frac{\sin(\pi + x)}{\cos(\pi + x)} = \frac{-\sin(x)}{-\cos(x)} = \tan(x)$$

De même,

$$\tan(\pi - x) = \frac{\sin(\pi - x)}{\cos(\pi - x)} = \frac{\sin(x)}{-\cos(x)} = -\tan(x)$$

■

Proposition 4.3 — Formules d'addition et de duplication. Pour tout a, b tels que les quantités suivantes soient bien définies, on a,

- $\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$
- $\tan(a-b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$
- $\tan(2a) = \dfrac{2\tan a}{1 - \tan^2 a}$

Exemple 4.4 Calculer la valeur de $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

Proposition 4.5 La fonction tangente est dérivable sur $\mathcal{D}_{\tan}$ et

$$\forall x \in \mathcal{D}_{\tan}, \qquad \tan'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x).$$

En particulier, la fonction tangente est strictement croissante sur chaque intervalle inclus dans $\mathcal{D}_{\tan}$.

Démonstration. La fonction tangente est dérivable sur $\mathcal{D}_{\tan}$ en tant que quotient de fonctions dérivables sur cet intervalle dont le dénominateur ne s'annule pas sur cet intervalle. De plus, d'après la formule de dérivée d'un quotient, on a,

$$\forall x \in \mathcal{D}_{\tan}, \qquad \tan'(x) = \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos^2(x)}$$

ou bien,

$$\forall x \in \mathcal{D}_{\tan}, \qquad \tan'(x) = \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)} = \frac{\cos^2(x)}{\cos^2(x)} + \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$$

En particulier,

$$\forall k \in \mathbb{Z}, \forall x \in \left]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right[, \ \tan'(x) > 0$$

et donc, pour tout $k \in \mathbb{Z}$, la fonction tangente est strictement croissante sur $\left]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right[$. (On ne peut pas dire que la fonction tangente est strictement croissante sur $\mathcal{D}_{\tan}$!) ■

5 Résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques

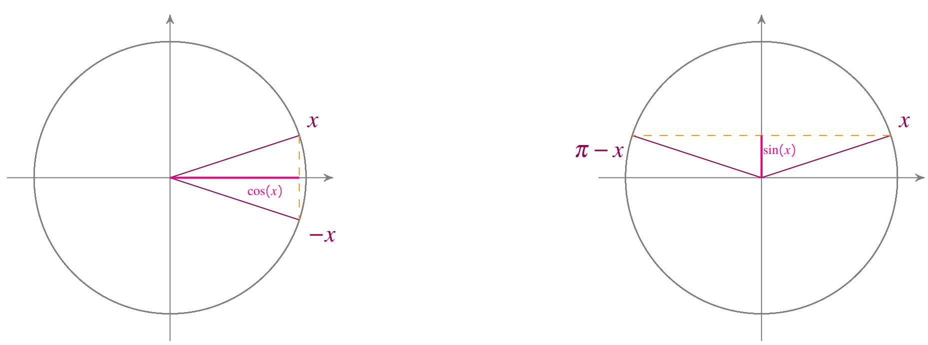
Définition 5.1 Soient x, y et α trois réels. On dit que x est **congru** à y **modulo** α, et on note $x \equiv y \, [\alpha]$, si

$$\exists k \in \mathbb{Z}, \qquad x = y + k\alpha$$

Proposition 5.2 Soit x, y deux réels. On a,

$$\begin{aligned} \cos(x) = \cos(y) \quad &\Longleftrightarrow \quad x \equiv y \, [2\pi] \ \text{ ou } \ x \equiv -y \, [2\pi] \\ \sin(x) = \sin(y) \quad &\Longleftrightarrow \quad x \equiv y \, [2\pi] \ \text{ ou } \ x \equiv \pi - y \, [2\pi] \end{aligned}$$

Démonstration.



■

Exemple 5.3 Déterminer l'ensemble des réels vérifiant l'équation $\cos(2x - \pi) = \cos(x + \frac{\pi}{2})$.

Exemple 5.4 Déterminer l'ensemble des réels vérifiant l'inéquation $\sin(x) \geqslant \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Exemple 5.5 Déterminer l'ensemble des réels vérifiant l'inéquation $6\cos(x+\pi) - 3\sqrt{3} \leqslant 0$.

Annexe : Formulaire de trigonométrie

Formules de symétrie *(À savoir retrouver rapidement grâce au cercle trigonométrique)*

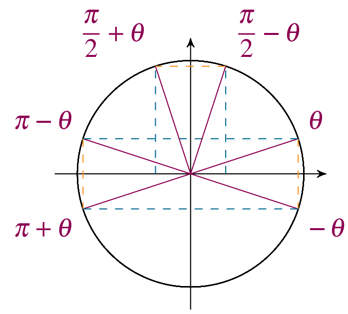
$\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$ $\quad\cos(-\theta) = \cos(\theta)$ $\quad\tan(-\theta) = -\tan(\theta)$

$\sin(\pi-\theta) = \sin(\theta)$ $\quad\cos(\pi-\theta) = -\cos(\theta)$ $\quad\tan(\pi-\theta) = -\tan(\theta)$

$\sin(\pi+\theta) = -\sin(\theta)$ $\quad\cos(\pi+\theta) = -\cos(\theta)$ $\quad\tan(\pi+\theta) = \tan(\theta)$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = \cos(\theta)$ $\quad\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = \sin(\theta)$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = \cos(\theta)$ $\quad\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = -\sin(\theta)$

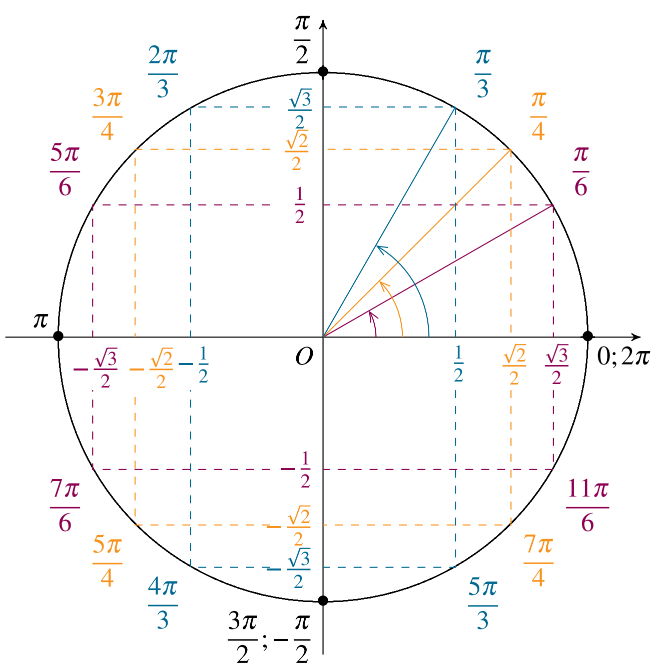


Formules de trigonométrie

$$\cos^2(a)+\sin^2(a) = 1$$

- $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)$
- $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)$
- $\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b)+\sin(a)\sin(b)$
- $\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b)-\cos(a)\sin(b)$
- $\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$
- $\cos(2a) = 2\cos^2(a)-1 = 1-2\sin^2(a)$

Valeurs remarquables



x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\tan(x)$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	X	0