Chapitre 8 : Calculs dans $\mathbb{C}$ (partie 1)

- Généralités sur les complexes : Vocabulaire sur les nombres complexes (forme algébrique, partie réelle, partie imaginaire, imaginaire pur), caractérisation de l'égalité de deux nombres complexes, représentation géométrique d'un nombre complexe, opérations dans $\mathbb{C}$.
- Conjugué et module d'un nombre complexe : Définition et propriétés de calculs du conjugué, caractérisation d'un réel ou d'un imaginaire pur à l'aide du conjugué, représentation géométrique du conjugué.
  Définition et propriétés de calculs du module, représentation géométrique, inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$.

Chapitre 9 : Fonctions usuelles (partie 1)

- Définition, propriétés, limites et sens de variation de la fonction logarithme népérien, de la fonction logarithme décimal et de la fonction logarithme de base a, $a \in \mathbb{R}\backslash\{1\}$.
- Définition, propriétés, limites et sens de variation de la fonction exponentielle.
  Définition, propriétés, limites et sens de variation des fonctions cosinus et sinus hyperboliques, liens entre ces trois fonctions.
- Définition, propriétés, limites et sens de variation de la fonction puissance d'exposant réel à l'aide de l'exponentielle et du logarithme. Croissances comparées entre les fonctions exponentielle, logarithme et puissance.

Chapitre 10 : Trigonométrie

- Définition de la relation congru à, cercle trigonométrique, définition cosinus, sinus et tangente, propriétés du sinus, du cosinus et de la tangente, valeurs remarquables, formules de symétrie, équations et inéquations trigonométriques, formules d'addition et de duplication pour cosinus, sinus et tangente, formules de linéarisation d'un produit.

Chapitre 11 : Calculs dans $\mathbb{C}$ (partie 2)

- Nombres complexes de module 1 : définition de $\mathbb{U}$, exponentielle d'un imaginaire pur (propriétés de calcul, formules d'Euler et de Moivre), linéarisation, factorisation par l'angle moitié, calcul de la somme $\sum_{k=0}^{n} \cos(k\theta)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et pour tout $\theta \in \mathbb{R}$.
- Définition d'un argument d'un nombre complexe (très peu de formules vues! cela se fera plus tard), forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul, 2ème caractérisation de l'égalité de deux nombres complexes.

Chapitre 12 : Fonctions usuelles (partie 2)

- Définition de la fonction arcsinus, propriétés de calculs (lien avec le sinus), parité, continuité et dérivabilité, sens de variation, courbe représentative.
  De même pour les fonctions arccosinus et arctangente.

Un énoncé au choix à demander :

- ☐ Définition d'une fonction paire, d'une fonction impaire.
- ☐ Définition d'une fonction périodique.
- ☐ Définition d'une fonction majorée, minorée, bornée.
- ☐ Définition d'une fonction croissante, d'une fonction décroissante.
- ☐ Définition de la bijectivité d'une fonction.
- ☐ Théorème de la bijection.
- ☐ Dérivabilité de la fonction réciproque et dérivée.
- ☐ Donner deux caractérisations d'un réel.
- ☐ Donner deux caractérisations d'un imaginaire pur.
- ☐ Forme algébrique d'un nombre complexe , forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul.
- ☐ Définition et caractérisation de l'ensemble $\mathbb{U}$. Représentation géométrique de cet ensemble.
- ☐ Donner deux caractérisations de l'égalité de deux nombres complexes.
- ☐ Formule de Moivre et formules d'Euler.
- ☐ Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. Définition de la fonction puissance alpha, dérivabilité, sens de variation et limites.
- ☐ Définition de la fonction sh, parité, dérivabilité, sens de variation, limites et signe.
- ☐ Définition de la fonction ch, parité, dérivabilité, sens de variation, limites et signe.
- ☐ Formules d'addition avec cosinus, sinus et tangente.
- ☐ Formules de duplication avec cosinus, sinus et tangente.
- ☐ Définition de la fonction $Arccos$, parité, dérivabilité, sens de variation.
- ☐ Définition de la fonction $Arctan$, parité, dérivabilité, sens de variation.

Démonstrations :

- ☐ Forme trigonométrique du nombre complexe $z = 1 + i\tan\theta$ avec $\theta \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ puis avec $\theta \in \left]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right[$ (voir TD 6 exercice 1 question 2)a)).
- ☐ Calcul de $S_n = \sum_{k=0}^{n} \cos(k\theta)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et pour tout $\theta \in \mathbb{R}$.
- ☐ Etude de la fonction arcsinus (définition, parité, dérivabilité, sens de variation, courbe représentative).
- ☐ Résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $Arccos x = Arcsin(1-x)$ (Voir correction TD 6 exercice 5 question 1).

Exercices traités dans au moins l'une des deux classes :

TD 4 : exercice 1, exercice 2, exercice 3 sauf question 2.c, exercice 5, exercice 6, exercice 7.
TD 5 : exercice 1, exercice 3, exercice 4, exercice 5.
TD 6 : exercice 1 question 1, 2 et 5, exercice 2, exercice 3.

A été fait cet exercice dans les deux classes dans le chapitre 8 :

Les questions sont indépendantes.

1. Ecrire les nombres complexes suivants sous forme algébrique :
   $z_1 = (1 - i\sqrt{2})^2$, $z_2 = \frac{1+5i}{1-4i}$, $z_3 = \frac{1+i}{1-i}$, $z_4 = \frac{1-2i}{1+5i} + \frac{1+2i}{1-5i}$, $z_5 = (2-i)^3 + (2+i)^3$ et $z_6 = \frac{-2}{1+i\sqrt{5}}$.
2. Soit $z \in \mathbb{C}$. Exprimer, en fonction de $Re(z)$ et/ou $Im(z)$, les quantités suivantes : $Re(iz)$, $Im(iz)$, $Re(z^2)$, $Im(z^2)$.
3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :
   (a) $(2i-1)z + 4 - i = z$
   (b) $2z + (3+i)\overline{z} = 4 - i$
   (c) $iz^2 = 2z$
4. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $\left(O; \vec{u}; \vec{v}\right)$.
   (a) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $Z = z^2 - 2\overline{z} + 1$ soit un imaginaire pur.
   (b) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe $z \in \mathbb{C}\setminus\{-i\}$ tels que $Z = \frac{z-2}{z+i}$ soit un réel.

Exercices traités en autonomie :

Cahier de vacances en ligne sur le site.
TD 4- TD 5 : ce qui n'a pas été traité dans au moins l'une des deux classes.
TD 6 : exercice 4, exercice 7, exercice 8.