Chapitre 13 : Calculs dans $\mathbb{C}$ (partie 3)

- Racines carrées d'un nombre complexe, résolution d'une équation du second degré à coefficients complexes, propriétés de la somme et du produit des deux racines.
- Racines $n-$ièmes de l'unité : définition, expression, somme des racines $n-$ièmes de l'unité.
- Racines $n-$ièmes d'un nombre complexe : définition, 2 méthodes pour déterminer leur expression (l'une en faisant intervenir les racines $n-$ièmes de l'unité et l'autre avec une formule).

Chapitres 14 & 16 : Primitives

- Définition d'une primitive, lien entre les primitives d'une même fonction, primitives des fonctions usuelles, propriété de linéarité, relation de Chasles, primitives des fonctions rationnelles (le dénominateur est une fonction polynomiale de degré au plus 2).
- Primitive d'une fonction continue, calcul d'une intégrale à l'aide d'une de ses primitives.
  Définition d'une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur un intervalle, calcul d'une intégrale ou d'une primitive par intégration par parties.
  Calcul d'une intégrale ou d'une primitive par changement de variable.

Chapitres 15 & 17 : Fonctions d'une variable réelle à valeurs complexes

- Définitions d'une fonction à valeurs complexes, de la fonction partie réelle, de la fonction partie imaginaire, de la fonction module et de la fonction conjuguée, fonction bornée, caractérisation d'une fonction bornée à l'aide de la fonction conjuguée. Caractérisation de la continuité et de la dérivabilité à l'aide des fonctions partie réelle et partie imaginaire, opérations sur les fonctions dérivables. Exponentielle d'une fonction à valeurs complexes.
- Primitives d'une fonction d'une variable réelle à valeurs complexes : définition, déterminer une primitive de f avec une primitive de $\mathrm{Re}(f)$ et une primitive de $\mathrm{Im}(f)$, primitive de $u'e^u$ avec u une fonction dérivable sur un intervalle de $\mathbb{R}$ à valeurs complexes, primitive de fonctions de la forme $x \mapsto e^{ax}\cos(bx)$ ou de la forme $x \mapsto e^{ax}\sin(bx)$ avec $(a,b) \in \mathbb{R}^2$.

Chapitres 18 : Equations différentielles linéaires d'ordre 1

- Définition d'une EDL d'ordre 1, définition de l'équation homogène associée, vocabulaire, définition d'un pb de Cauchy, structure des solutions d'une EDL d'ordre 1, principe de superposition.
- Résolution d'une équation homogène, recherche d'une solution particulière de (solution évidente ou méthode de variation de la constante), unicité de la solution avec condition initiale (problème de Cauchy).

Un énoncé au choix à demander :

- ☐ Solutions de l'équation az^2+bz+c, $(a,b,c)\in\mathbb{C}^*\times\mathbb{C}^2$, et propriétés des solutions (somme/produit).
- ☐ Définition d'une racine $n-$ième d'un nombre complexe a et définition d'une racine $n-$ième de l'unité.
- ☐ Expression des éléments de l'ensemble $\mathbb{U}_n$, $n\in\mathbb{N}^*$.
- ☐ Donner les deux méthodes permettant de calculer les racines $n-$ièmes d'un nombre complexe a.
- ☐ Définition d'une primitive d'une fonction.
- ☐ Définition d'une fonction de classe $\mathscr{C}^1$.
- ☐ Formule d'intégration par parties.
- ☐ Donner la méthode (autre que la double IPP) permettant de déterminer une primitive de $f: x\mapsto e^{ax}\cos(bx)$ ou de $f: x\mapsto e^{ax}\sin(bx)$ avec $(a,b)\in\mathbb{R}^2$.
- ☐ Définition d'une solution d'une EDL d'ordre 1 sur I, intervalle de $\mathbb{R}$.
- ☐ Définiition d'un problème de Cauchy du premier ordre sur I, intervalle de $\mathbb{R}$.
- ☐ Théorème donnant la structure de l'ensemble des solutions d'une EDL d'ordre 1.
- ☐ Principe de superposition.

Démonstrations :

- ☐ Racines carrées d'un nombre complexe non nul.
- ☐ Primitive de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $\forall x\in\mathbb{R}, f(x)=\frac{2x-2}{x^2+2x+5}$ (Voir exemple 3 du chapitre 14).
- ☐ Théorème de changement de variable pour les intégrales.
- ☐ Ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 1 (à coefficients non constants) sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

Exercices traités dans au moins l'une des deux classes :

TD 7 : exercice 1, exercice 2, exercice 3, exercice 5.
TD 8 : exercice 1, exercice 2, exercice 3, exercice 5.
TD 9 : exercice 2.

A été fait cet exercice dans les deux classes dans le chapitre 15 :

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\forall t\in\mathbb{R}, f(t)=\dfrac{t+i}{t-i}$.
   (a) f est-elle bornée sur $\mathbb{R}$?
   (b) Calculer la fonction dérivée de la fonction f.
2. Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I de $\mathbb{R}$, à valeurs dans $\mathbb{C}$.
   Justifier que la fonction $|f|$ est dérivable sur I et calculer sa fonction dérivée.

A été fait cet exercice dans les deux classes dans le chapitre 17 :

Les questions sont indépendantes.

1. Déterminer une primitive de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = e^{-x}\sin(2x)$.
2. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{4x}\cos(3x)\,dx$.
3. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{i}{1+it}\,dt$.
4. Calculer $I = \displaystyle\int_1^e e^{\mathrm{i}\ln x}\,dx$. En déduire les valeurs de $J = \displaystyle\int_1^e \cos(\ln x)\,dx$ et $K = \displaystyle\int_1^e \sin(\ln x)\,dx$.

<u>Exercices traités en autonomie :</u>

Cahier de vacances en ligne sur le site.
TD 7-8 : ce qui n'a pas été traité dans au moins l'une des deux classes.