

Nombres complexes

- Généralités sur les complexes : Vocabulaire sur les nombres complexes (forme algébrique, partie réelle, partie imaginaire, imaginaire pur), partie réelle et partie imaginaire d'une somme de deux nombres complexes et du produit d'un nombre complexe par un scalaire, condition nécessaire et suffisante pour qu'un produit de deux nombres complexes soit nul, caractérisation de l'égalité de deux nombres complexes, représentation géométrique d'un nombre complexe, opérations dans $\mathbb{C}$.
- Conjugué et module d'un nombre complexe : Définition et propriétés de calculs du conjugué, caractérisation d'un réel ou d'un imaginaire pur à l'aide du conjugué, représentation géométrique du conjugué.
Définition et propriétés de calculs du module, représentation géométrique, inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$.
- Nombres complexes de module 1 : définition de $\mathbb{U}$, exponentielle d'un imaginaire pur (propriétés de calcul, formules d'Euler et de Moivre), linéarisation, factorisation par l'angle moitié.
- Arguments d'un nombre complexe non nul : définition, caractérisation d'un réel et d'un imaginaire pur à l'aide d'un argument, opérations sur les arguments, forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul, 2ème caractérisation de l'égalité de deux nombres complexes.
- Affixe d'un vecteur, du milieu d'un segment; distance définie avec le module; caractérisation géométrique à l'aide du module de la médiatrice, du cercle; interprétation géométrique d'un argument d'un quotient. Caractérisation de l'alignement de trois points et de l'orthogonalité de deux droites à l'aide de l'argument.
- Définitions d'une transformation, d'une translation, d'une homothétie, d'une rotation. Ecriture complexe associée à la translation, la rotation et l'homothétie.

Fonctions usuelles (partie 1)

- Généralités sur les fonctions : Ensemble de définition, image d'une fonction, courbe représentative, parité et périodicité d'une fonction, composée de deux fonctions.
Définition d'une fonction croissante, strictement croissante, décroissante, strictement décroissante.
Définition du maximum, du minimum, d'un extremum d'une fonction.
- Définition de la continuité en un point et sur un intervalle, continuité des fonctions usuelles.
- Dérivation : taux d'accroissement, tangente, dérivabilité en un point et interprétation graphique du nombre dérivé, équation d'une tangente, dérivabilité sur un intervalle, f dérivable sur I implique f continue sur I , opérations sur les fonctions dérivables, dérivée d'une fonction composée de deux fonctions dérivables, caractérisation des fonctions monotones, dérivées successives.
- Etude des branches infinies d'une courbe.
- Théorème de la bijection, définition et propriétés de la fonction réciproque (monotonie, dérivabilité, représentation graphique).
- Définition, propriétés, limites et sens de variation de la fonction logarithme népérien (*Cf cahier de vacances*), de la fonction logarithme décimal et de la fonction logarithme de base 2.
- Définition, propriétés, limites et sens de variation de la fonction exponentielle (*Cf cahier de vacances*).
Définition, propriétés, limites et sens de variation des fonctions cosinus et sinus hyperboliques, liens entre ces trois fonctions.
Croissances comparées entre les fonctions exponentielle, logarithme et puissance.

Calculs algébriques

- Définition d'une somme sur un ensemble fini, linéarité, relation de Chasles, changements d'indice, sommes télescopiques, somme des premiers entiers, somme des carrés des premiers entiers, sommes des puissances d'un nombre réel, identité $a^n - b^n$, définition et calcul d'une somme double indexée sur un rectangle ou un triangle.
- Coefficients binomiaux : définition, propriété de symétrie et formule de Pascal, triangle de Pascal, formule du binôme de Newton pour les nombres réels ou complexes, formule du binôme de Newton pour les matrices.

Un énoncé au choix à demander :

- ☐ Donner deux caractérisations d'un réel.
- ☐ Donner deux caractérisations d'un imaginaire pur.
- ☐ Forme algébrique d'un nombre complexe et forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul.
- ☐ Définition de l'ensemble $\mathbb{U}$. Interprétation géométrique.
- ☐ Caractérisation d'un réel non nul à l'aide de l'argument.
- ☐ Caractérisation d'un imaginaire pur non nul à l'aide de l'argument.
- ☐ Donner deux caractérisations de l'égalité de deux nombres complexes.
- ☐ Formule de Moivre et formules d'Euler.
- ☐ Affixe d'un vecteur, affixe du milieu d'un segment et distance définie avec le module.
- ☐ Caractérisation géométrique à l'aide du module de la médiatrice et du cercle.
- ☐ Définition d'une translation et écriture complexe.
- ☐ Définition d'une homothétie et écriture complexe.
- ☐ Définition d'une rotation et écriture complexe.
- ☐ Caractérisation de l'alignement de trois points et de l'orthogonalité de deux droites à l'aide de l'argument.
- ☐ Définition d'une fonction paire, d'une fonction impaire.
- ☐ Définition d'une fonction périodique.
- ☐ Définition d'une fonction croissante, d'une fonction décroissante.
- ☐ Théorème de la bijection.
- ☐ Dérivabilité de la fonction réciproque et dérivée.
- ☐ Définition de la fonction sh , parité, dérivabilité, sens de variation, limites et signe.
- ☐ Définition de la fonction ch , parité, dérivabilité, sens de variation, limites et signe.
- ☐ Somme des puissances d'un nombre réel ou complexe.
- ☐ Relation de Chasles pour les sommes.
- ☐ Factorisation de $a^n - b^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
- ☐ Définition du coefficient binomial.
- ☐ Propriété de symétrie des coefficients binomiaux et formule de Pascal.
- ☐ Formule du binôme de Newton pour les matrices.

Démonstrations :

- ☐ Etude de la fonction tangente : ensemble de définition, parité, périodicité, dérivabilité, sens de variation (TD 5 exercice 10 questions 1 à 3(b)).
- ☐ Soit $\theta \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$. Montrer que si $\theta \notin 2\pi\mathbb{Z}$ alors
$$\sum_{k=0}^n \cos(k\theta) = \frac{\cos\left(\frac{n\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{(n+1)\theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}.$$
- ☐ Somme des carrés des premiers entiers (TD 6 exercice 2 question 1).

Exercices traités dans au moins l'une des deux classes :

TD 4 : exercice 9, exercice 10 sauf question 5, exercice 12, exercice 13, exercice 15, exercice 16.

TD 5 : exercice 1, exercice 2 sauf question 3, exercice 3 questions 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, exercice 4 question 1, exercice 7, exercice 9 questions 1 à 3, exercice 11.

TD 6 : exercice 2 question 1.

Uniquement en classe B : exercice 3 questions 1 et 2.

Le colleur pourra interroger les étudiants sur des calculs simples de somme car cela a été fait en classe.

Exercices traités en autonomie :

Cahier de vacances en ligne sur le site.

TD 4 : exercice 10 question 5, exercice 14.

TD 5 : Exercice 2 question 3, exercice 3 questions 4, 11, 14, 15, exercice 4 questions 2 et 3, exercice 5, exercice 6, exercice 8, exercice 10, exercice 12, exercice 13.