

Équations différentielles linéaires d'ordre 1

- Définition d'une EDL d'ordre 1, définition de l'équation homogène associée, vocabulaire, définition d'un pb de Cauchy, structure des solutions d'une EDL d'ordre 1, principe de superposition.
- Résolution d'une équation homogène, recherche d'une solution particulière de (solution évidente ou méthode de variation de la constante), unicité de la solution avec condition initiale (problème de Cauchy).

Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants.

- Équations différentielles linéaires du second ordre $y'' + ay' + by = d(x)$ avec I un intervalle de \mathbb{R} , d une fonction continue sur I et $(a, b) \in \mathbb{K}^2$ et $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} .
Définition de l'équation caractéristique associée à une équation différentielle d'ordre 2, principe de superposition, résolution de l'équation homogène dans le cas où les solutions sont à valeurs dans \mathbb{C} et dans le cas où les solutions sont à valeurs dans \mathbb{R} , solution générale, unicité de la solution d'un problème de Cauchy.
- Recherche d'une solution particulière : solution évidente, solution si le second membre est une fonction polynomiale ou de la forme $x \mapsto Ae^{mx}$ avec $(A, m) \in \mathbb{K}^2$ ou de la forme $x \mapsto A\cos(\omega x)$ ou $x \mapsto A\sin(\omega x)$ avec $(A, \omega) \in \mathbb{R}^2$.

Calculs dans \mathbb{C}

- Racines carrées d'un nombre complexe, résolution d'une équation du second degré à coefficients complexes, propriétés de la somme et du produit des deux racines.
- Racines n -ièmes de l'unité : définition, expression, somme des racines n -ièmes de l'unité, interprétation géométrique des éléments de \mathbb{U}_n .
- Racines n -ièmes d'un nombre complexe : définition, 2 méthodes pour déterminer leur expression (l'une en faisant intervenir les racines n -ièmes de l'unité et l'autre avec une formule).

Suites numériques réelles.

- Définition d'une suite et de son terme général, modes de génération d'une suite (forme explicite, par récurrence, implicite), définition et terme général d'une suite arithmético-géométrique, d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2, définition d'une suite croissante, décroissante, strictement croissante, strictement décroissante, stationnaire, constante, majorée, minorée, bornée, caractérisation d'une suite bornée à l'aide de la valeur absolue, étude du sens de variation d'une suite définie par une formule explicite, par une relation de récurrence ou de manière implicite, définition d'une suite extraite.
- Définition d'une limite finie, d'une limite infinie, unicité de la limite, définition de la convergence et de la divergence, toute suite convergente est bornée, passage à la limite dans des inégalités, opérations sur les limites.
- Théorème de la limite monotone, limite d'une suite définie par récurrence, théorème de divergence par minoration ou majoration, théorème d'encadrement (des gendarmes), suites adjacentes (définition, ordre et convergence), suite extraite (lien entre une suite et ses suites extraites).

Un énoncé au choix à demander :

- Formules d'addition avec cosinus, sinus et tangente.
- Formules de duplication avec cosinus, sinus et tangente.
- Définition d'une solution d'une EDL d'ordre 1 sur I , intervalle de \mathbb{R} .
- Définition d'un problème de Cauchy d'ordre 1 sur I , intervalle de \mathbb{R} .
- Théorème donnant la structure de l'ensemble des solutions d'une EDL d'ordre 1.
- Principe de superposition pour une EDL d'ordre 1.
- Solutions de l'équation $az^2 + bz + c$, $(a, b, c) \in \mathbb{C}^* \times \mathbb{C}^2$, et propriétés des solutions (somme/produit).
- Définition d'une racine n -ième d'un nombre complexe a et définition d'une racine n -ième de l'unité.
- Expression des éléments de l'ensemble \mathbb{U}_n , $n \in \mathbb{N}^*$.
- Donner les deux méthodes permettant de calculer les racines n -ièmes d'un nombre complexe a non nul.
- Expression des solutions définies sur \mathbb{R} à valeurs dans \mathbb{R} d'une EDL homogène d'ordre 2 à coefficients constants.
- Définition de e^z , $z \in \mathbb{C}$. Module et argument.
- Donner les trois modes de génération d'une suite numérique.
- Expliquer ce qu'est une suite définie de manière explicite.
- Expliquer ce qu'est une suite définie par une relation de récurrence.
- Expliquer ce qu'est une suite définie de manière implicite.
- Définition d'une suite arithmético-géométrique.
- Définition d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- Théorème donnant le terme général d'une suite réelle récurrente linéaire d'ordre 2 suivant les solutions de l'équation caractéristique associée.
- Définition d'une suite croissante, d'une suite stationnaire.
- Définition d'une suite réelle majorée, minorée, bornée.
- Définition d'une suite extraite.
- Définition de la limite finie d'une suite réelle.
- Définition de la limite infinie ($+\infty$) d'une suite réelle.
- Définition d'une suite réelle divergente et d'une suite réelle convergente.
- Théorème de divergence (par minoration et par majoration).
- Théorème d'encadrement (des gendarmes).
- Définition de deux suites adjacentes.
- Caractérisation de la convergence d'une suite réelle avec les suites extraites.

Démonstrations :

- Résolution dans \mathbb{R}_+^* du problème de Cauchy $\begin{cases} y' - \frac{5}{x}y = x \\ y(1) = 0 \end{cases}$.
- Ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 1 (à coefficients non constants) sur un intervalle I de \mathbb{R} .
- Racines carrées d'un nombre complexe non nul.

Exercices traités dans au moins l'une des deux classes :

TD 7 : exercice 6, exercice 7, exercice 8, exercice 11, exercice 13, exercice 14, exercice 15, exercice 16 question 1, exercice 18.

TD 8 : exercice 1, exercice 2, exercice 3, exercice 5, exercice 6, exercice 7.

Uniquement en classe B : exercice 8.

Exercices traités en autonomie :

Cahier de vacances en ligne sur le site.

TD 7 : exercice 9, exercice 16 question 2.

TD 8 : exercice 4, exercice 9, exercice 11.

Note aux colleurs et aux étudiants : Pendant les colles de la semaine 4, les étudiants feront un oral blanc que l'on fournira une semaine avant aux colleurs. Chaque colleur aura 12 étudiants pendant 2h. Un planning sera donné une semaine avant.