

DS 4

Lycée Saint Rémi

Vendredi 19 décembre 2025

PHYSIQUE-CHIMIE MPSI

DUREE DE L'EPREUVE : 3h00

L'usage de la calculatrice graphique est AUTORISE.

Ce sujet comporte 3 exercices présentés sur 8 pages

Exercice 1 : Oscillations mécaniquesp2
Exercice 2 : Mouvement pendulaire amorti p5
Exercice 3 : Suivi cinétique de la décoloration de l'érythrosine B p7

Barème	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3
/ 70	/ 30	/ 20	/ 20

EXERCICE I. Oscillations mécaniques (CCP TSI)

Nous nous proposons, dans ce problème, d'étudier quelques exemples d'oscillateurs mécaniques.

Pour chacune des parties, l'étude sera menée dans le référentiel du laboratoire considéré comme galiléen.

Dans l'ensemble du problème, $\vec{g}$ désigne le vecteur accélération de la pesanteur. On notera g la norme du vecteur $\vec{g}$.

Il est rappelé que lorsqu'un corps est immergé, partiellement ou totalement, dans un fluide de masse volumique ρ_l , ce corps est soumis, en plus de son poids, à une force $\vec{F}_a$ appelée poussée d'Archimède et telle que

$$\vec{F}_a = -\rho_l V_i \vec{g}$$

V_i désigne le volume du corps immergé dans le fluide.

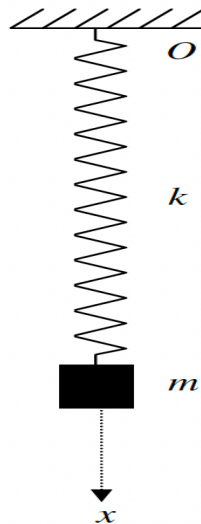
On négligera la poussée d'Archimède dans l'air.

Partie I. Oscillateur harmonique non amorti

Considérons le système représenté ci-dessous : une masse m est suspendue à un ressort vertical de masse négligeable et de raideur k . L'extrémité supérieure du ressort est fixe et attachée au point O .

Soit l'axe (Ox) , vertical et orienté vers le bas. La position de l'extrémité libre du ressort est repérée par son abscisse x .

Soit x_0 la longueur à vide du ressort et $x_{\text{éq}}$ sa longueur lorsque la masse m est accrochée au ressort et est à l'équilibre.



1.1. Faire le bilan des forces appliquées à la masse m . Appliquer la deuxième loi de Newton et déterminer l'équation différentielle (1) vérifiée par x . Que devient cette équation lorsque la masse m est à l'équilibre ? On appellera (2) l'équation obtenue dans ce cas. Dédurre de l'équation (2) l'expression de la longueur $x_{\text{éq}}$ du ressort à l'équilibre en fonction de x_0 , g , m et k .

1.2. Déterminer en combinant les équations (1) et (2), l'équation différentielle (3) vérifiée par x et liant x , $x_{\text{éq}}$, m et k . En déduire la pulsation propre ω_0 et la période propre T_0 de l'oscillateur ainsi obtenu.

1.3. A l'instant $t = 0$, la masse m est dans une position telle que la longueur du ressort est égale à x_{eq} . On communique alors à la masse m une vitesse v_0 verticale. Déterminer dans ce cas la solution $x(t)$ de l'équation différentielle (3).

Partie II. Oscillateur harmonique amorti par frottement fluide

La masse m du système de la partie précédente est une sphère homogène de masse volumique ρ et de rayon R faible.

Lorsque cette sphère est animée d'une vitesse $\vec{v}$ et plongée dans un liquide de coefficient de viscosité η , elle est soumise, de la part du fluide, en plus de la poussée d'Archimède, à une force de frottement $\vec{f}$ donnée par la loi de Stokes :

$$\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}$$

On négligera les interactions éventuelles entre le ressort et le liquide.

Pour simplifier les calculs, on notera V le volume de la sphère et ρV sa masse.

2.1. En l'absence de frottement et de poussée d'Archimède (dans le vide ou dans l'air), les oscillations libres de la sphère ont une pulsation propre ω_1 . En utilisant les résultats de la partie précédente, déterminer l'expression de ω_1 en fonction de k , V et ρ .

Dans la suite de cette deuxième partie, la sphère est totalement immergée dans un liquide de masse volumique ρ_l . On considèrera, de plus, que la sphère est entièrement immergée dans le liquide quelle que soit la position de l'oscillateur.

2.2. Lorsque la sphère est totalement immergée dans le liquide et est à l'équilibre, la longueur du ressort est égale à x'_{eq} . Faire le bilan des forces appliquées à la masse m . Déterminer l'expression de la masse volumique ρ_l du liquide en fonction de ρ , x'_{eq} , V , g , x_0 et k .

2.3. En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer l'équation différentielle vérifiée par la longueur x du ressort à un instant quelconque t au cours du mouvement. En utilisant l'expression de la masse volumique ρ_l du liquide déterminée à la question précédente, déterminer l'équation différentielle vérifiée par x en utilisant les grandeurs x , x'_{eq} , ρ , V , k , R et η .

2.4. A quelle condition portant sur k , constante de raideur du ressort, le mouvement de la sphère est-il pseudopériodique ? On exprimera la condition sous la forme $k > k_0$ où k_0 est une constante que l'on exprimera en fonction de η , R , V et ρ . Déterminer dans ce cas la pseudopulsation ω_1 des oscillations en fonction de k_0 , k , ρ et V .

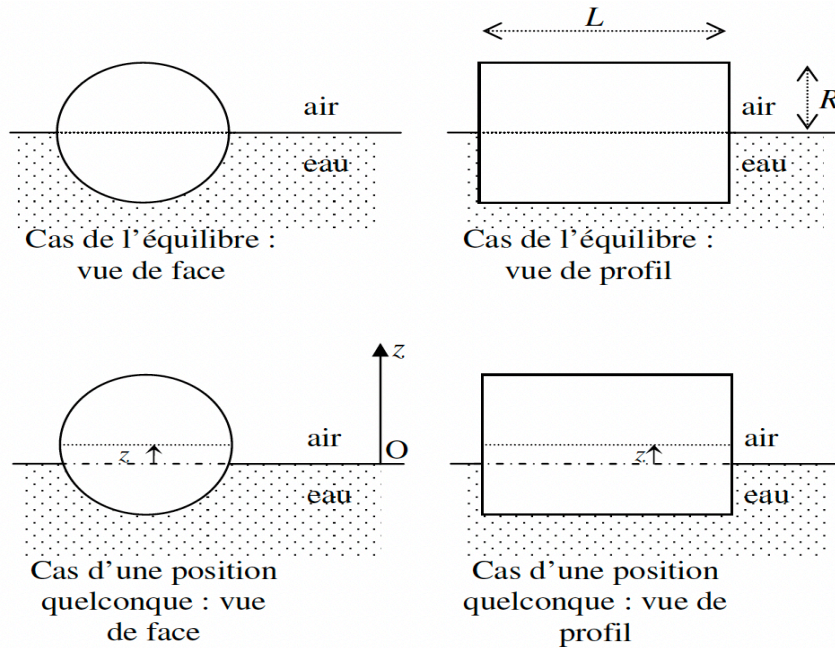
2.5. On considère dans cette question que la condition sur k pour avoir des oscillations pseudopériodiques est satisfaite. En utilisant les expressions de ω_1 et ω_2 déterminées précédemment, donner l'expression du coefficient de viscosité η du liquide en fonction de R , ρ , V , ω_1 et ω_2 .

Partie III. Petites oscillations d'un bouchon de liège à la surface de l'eau

Un bouchon de liège, homogène, de volume V , de forme cylindrique, flotte horizontalement à la surface de l'eau de masse volumique eau ρ_{eau} . Il a pour longueur L et son rayon est égal à R .

La position du bouchon est repérée par l'abscisse z de son centre de gravité. L'axe Oz est vertical et dirigé vers le haut. Le point O est au niveau de la surface de l'eau.

On suppose que le bouchon garde toujours son axe horizontal au cours du mouvement. On négligera toute force de frottement due à la viscosité du liquide.



3.1. A l'équilibre, le bouchon est à moitié enfoncé dans l'eau, l'abscisse z de son centre de gravité est donc nulle dans ce cas. Déterminer la masse volumique ρ du bouchon de liège en fonction de ρ_{eau} .

On étudie dans cette question les petites oscillations du bouchon de liège autour de sa position d'équilibre. On se place donc dans le cas où z est petit devant R ($z \ll R$).

3.2. Montrer que si $z \ll R$, le volume V_i de bouchon immergé peut se mettre sous la forme :

$$V_i = \frac{V}{2} - az$$

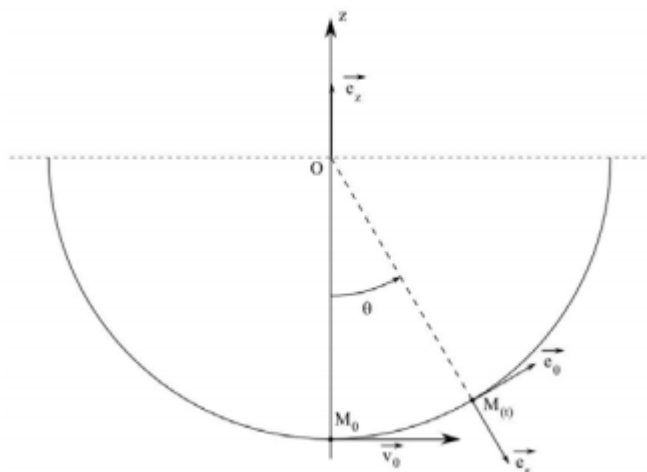
où V est le volume total du bouchon et a une constante que l'on exprimera en fonction des dimensions L et R du bouchon.

3.3. En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse z en utilisant les grandeurs z , R et g . En déduire la pulsation ω_0 des petites oscillations verticales de ce bouchon en fonction de R et g .

3.4. A l'instant $t = 0$, le bouchon est éloigné de sa position d'équilibre. Il est lâché sans vitesse initiale d'une position repérée par l'abscisse z_0 ($z_0 > 0$ et z_0 petit devant R). Déterminer l'expression de l'abscisse z en fonction du temps.

EXERCICE II. Mouvement pendulaire amorti

Un petit objet assimilé à un point matériel M, de masse m, peut glisser sans frottement le long d'un rail ayant la forme d'un demi-cercle de centre O et de rayon R, placé dans un plan vertical. Le rail est d'abord supposé fixe par rapport au référentiel terrestre $\mathcal{R}$ galiléen. On repère la position du point M à l'instant t par l'angle $\theta(t) = (\overrightarrow{OM_0}, \overrightarrow{OM(t)})$. À l'instant t = 0, l'objet est lancé du point M_0 avec une vitesse $\vec{v}_0$. Dans tout le problème, on utilisera une base de projection polaire $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$. On prendra pour valeur de l'accélération de la pesanteur $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.



1. Faire l'inventaire des forces appliquées à M, et les représenter sur un schéma clair lorsque le point est dans une position M(t) quelconque. On précisera les composantes de ces forces sur la base polaire.
2. En déduire l'équation différentielle à laquelle satisfait la fonction $\theta(t)$.
3. On suppose que la norme v_0 du vecteur vitesse initial est suffisamment faible pour que la condition $\theta(t) \ll 1 \text{ rad}$ soit satisfaite à chaque instant. Déterminer complètement l'expression de $\theta(t)$ dans cette hypothèse en fonction de v_0 , g, R et t.

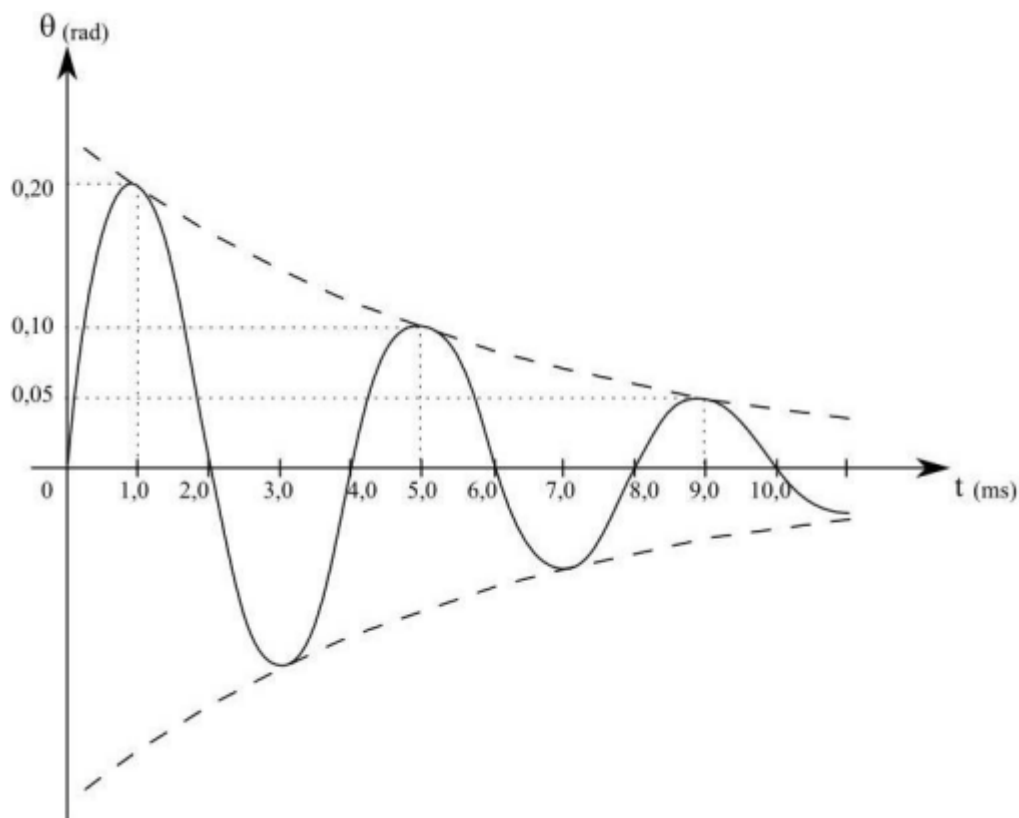
On suppose à partir de maintenant que le point M subit au cours de son mouvement une force de frottement $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$, où λ est une constante positive et $\vec{v}$ le vecteur vitesse du point M à l'instant t. La condition $\theta(t) \ll 1 \text{ rad}$ reste également satisfaite à chaque instant.

4. Établir la nouvelle équation différentielle satisfaite par la fonction $\theta(t)$.
5. Les grandeurs m, g et R étant fixées, donner la condition portant sur λ pour que le mouvement soit pseudo-périodique.
6. On suppose la condition du 5. réalisée. Exprimer $\theta(t)$ sous la forme

$$\theta(t) = Ae^{-t/\tau} \sin(\Omega t)$$

On justifiera soigneusement l'établissement de cette relation et on exprimera A, τ et Ω en fonction de v_0 , m, g, R et λ .

7. L'allure de la courbe représentative des variations de la fonction $\theta(t)$ est donnée ci-dessous.



On appelle décrément logarithmique la grandeur sans dimension

$$\delta = \ln \left(\frac{\theta(t)}{\theta(t+T)} \right)$$

où T désigne la pseudopériode. Exprimer λ en fonction de δ , m et T . Par lecture graphique, déterminer les valeurs de T et δ . En déduire celle de λ (sans omettre de préciser son unité), sachant que $m = 100 \text{ g}$

EXERCICE I. Suivi cinétique de la décoloration de l'érythrosine B

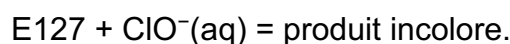
L'érythrosine B (E127) est un colorant azoïque apparenté à l'éosine et utilisé pour colorer les aliments ou pour teinter les préparations microscopiques et les médicaments.

L'ensemble des manipulations est réalisé à 298 K.

On prépare dans quatre béchers les solutions suivantes :

Solution n°	1	2	3	4
Solution de $\text{ClO}^-_{(\text{aq})}$ commerciale	3,0 mL	6,0 mL	9,0 mL	12,0 mL
Eau distillée	17,0 mL	14,0 mL	11,0 mL	8,0 mL

À chacune des quatre solutions précédentes, on ajoute à un instant pris comme origine des temps 10,0 mL d'une solution aqueuse d'érythrosine B (E127) de concentration $8,4 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$ (la concentration initiale en érythrosine B après mélange vaut donc $[\text{E127}]_0 = 2,8 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$). On suit alors l'évolution temporelle de l'absorbance à 530 nm, longueur d'onde pour laquelle on considère que seul le colorant azoïque absorbe. La décoloration de la solution est due à la réaction supposée totale d'équation



Connaissant le coefficient d'absorption molaire ϵ de l'érythrosine B à cette longueur d'onde ($\epsilon =$

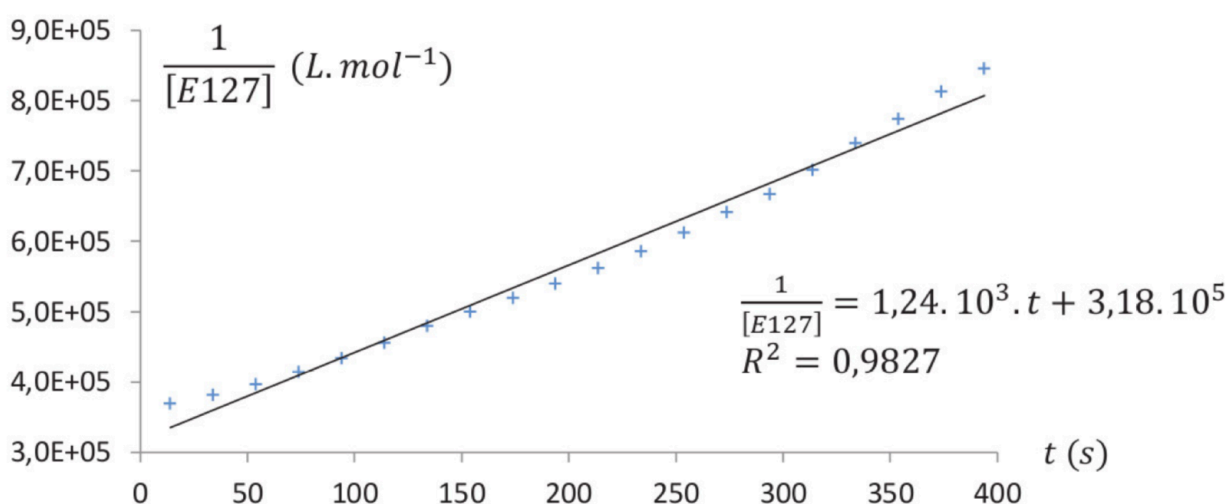
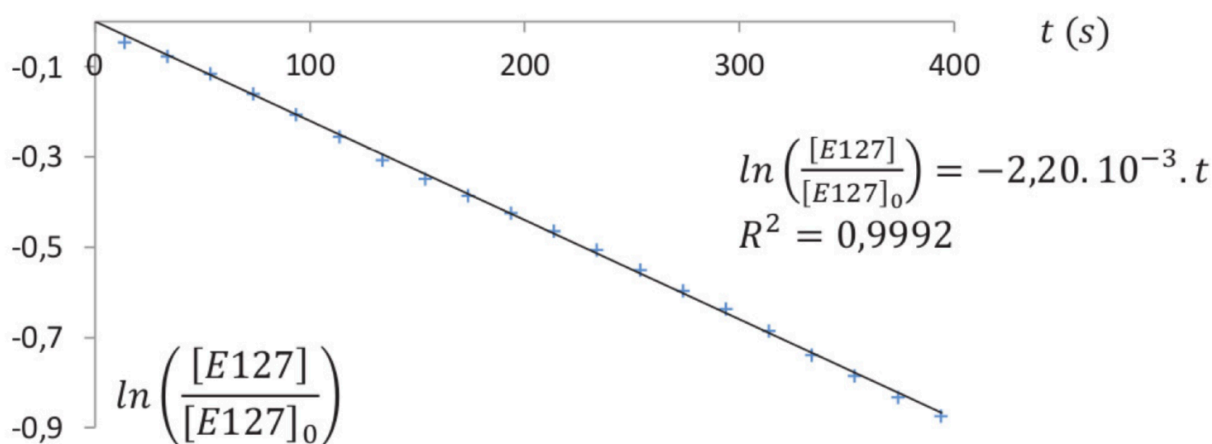
$8,2 \times 10^4 \text{ L.mol}^{-1}.\text{cm}^{-1}$), on détermine l'évolution temporelle de la concentration en érythrosine B.

On suppose que la loi de vitesse s'écrit sous la forme : $v = k[\text{E127}]^\alpha [\text{ClO}^-]^\beta$

1. En comparant les concentrations initiales de réactifs, proposer une expression simplifiée de la loi de vitesse. On note k_{app} la constante de vitesse apparente.

2. Dans l'hypothèse où α est égal à 1, écrire l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la concentration en érythrosine B et donner sa solution.

3. Dans l'hypothèse où α est égal à 2, écrire l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la concentration en érythrosine B et donner sa solution.



4. À partir des deux courbes précédentes obtenues à partir de la solution 1, déterminer la valeur probable de α . En déduire la valeur de la constante de vitesse apparente k_{app} à 298K, en précisant l'unité choisie.

On exploite de même les résultats des manipulations 1, 2, 3 et 4.

Solution n°	1	2	3	4
$[\text{ClO}^-]_0$ (mol.L ⁻¹)	0,0800	0,160	0,240	0,320
k_{app} (unité S.I.)	?	$4,40 \cdot 10^{-3}$	$6,60 \cdot 10^{-3}$	$8,80 \cdot 10^{-3}$

Pour une manipulation analogue correspondant à une concentration initiale en ions hypochlorite $[\text{ClO}^-]_0$ égale à $1,00 \times 10^{-1}$ mol.L⁻¹, la constante de vitesse apparente k_{app} serait égale à $2,75 \times 10^{-3}$ unités S.I.

5. Déterminer la valeur de l'ordre partiel β et la valeur de la constante de vitesse k à 298 K, en précisant l'unité choisie.