

Suites numériques réelles.

- Définition d'une suite et de son terme général, modes de génération d'une suite (forme explicite, par récurrence, implicite), définition et terme général d'une suite arithmético-géométrique, d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2, définition d'une suite croissante, décroissante, strictement croissante, strictement décroissante, stationnaire, constante, majorée, minorée, bornée, caractérisation d'une suite bornée à l'aide de la valeur absolue, étude du sens de variation d'une suite définie par une formule explicite, par une relation de récurrence ou de manière implicite, définition d'une suite extraite.
- Définition d'une limite finie, d'une limite infinie, unicité de la limite, définition de la convergence et de la divergence, toute suite convergente est bornée, passage à la limite dans des inégalités, opérations sur les limites.
- Théorème de la limite monotone, limite d'une suite définie par récurrence, théorème de divergence par minoration ou majoration, théorème d'encadrement (des gendarmes), suites adjacentes (définition, ordre et convergence), suite extraite (lien entre une suite et ses suites extraites).

Généralités sur les espaces vectoriels.

Remarque : Pas de notion de dimension dans ce chapitre, cela sera vu plus tard dans le semestre.

- Définition d'un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel, exemples de référence de $\mathbb{R}$ -espaces vectoriels et de $\mathbb{C}$ -espaces vectoriels, sous-espace vectoriel d'un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel (définition et caractérisation), combinaison linéaire d'un nombre fini de vecteurs, sous-espace engendré par une famille de vecteurs d'un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel, intersection de deux sous-espaces vectoriels.
- Définition et propriété de la somme de deux sous-espaces vectoriels, définition et caractérisation de deux sous-espaces vectoriels supplémentaires.
- Définition et exemple d'une famille libre, d'une famille liée.
Définition d'une base, des bases canoniques des espaces vectoriels de référence, caractérisations d'une base, coordonnées d'un vecteur dans une base, matrice d'un vecteur dans une base, matrice d'une famille de vecteurs dans une base.

Relations de comparaison.

- Relation de domination ($f(x) \underset{x \rightarrow a}{=} O(g(x))$), relation de négligeabilité ($f(x) \underset{x \rightarrow a}{=} o(g(x))$) : définition, opérations, lien entre les deux relations, croissances comparées.
- Relation d'équivalence ($f(x) \underset{x \rightarrow a}{\sim} O(g(x))$) : définition, obtention d'un équivalent pour une fonction continue en a et telle que $f(a) \neq 0$ (idem pour une fonction dérivable en a telle que $f'(a) \neq 0$), équivalent d'une fonction polynomiale au voisinage de 0 et de $+\infty$, $f \underset{a}{\sim} g \iff f \underset{a}{=} g + o(g)$, opérations sur les équivalents, limite et signe, principe de substitution, ($f \underset{a}{=} o(g)$ et $g \underset{a}{\sim} h \implies f \underset{a}{=} o(h)$), équivalents usuels au voisinage de 0, théorème des gendarmes pour les équivalents.
- Relations de comparaison pour les suites au voisinage de $+\infty$: même étude que pour les fonctions.

Un énoncé au choix à demander :

- ☐ Donner les trois modes de génération d'une suite numérique.
- ☐ Expliquer ce qu'est une suite définie de manière explicite.
- ☐ Expliquer ce qu'est une suite définie par une relation de récurrence.
- ☐ Expliquer ce qu'est une suite définie de manière implicite.
- ☐ Définition d'une suite arithmético-géométrique.
- ☐ Définition d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- ☐ Théorème donnant le terme général d'une suite réelle récurrente linéaire d'ordre 2 suivant les solutions de l'équation caractéristique associée.
- ☐ Définition d'une suite croissante, d'une suite stationnaire.
- ☐ Définition d'une suite réelle majorée, minorée, bornée.
- ☐ Définition d'une suite extraite.
- ☐ Définition de la limite finie d'une suite réelle.
- ☐ Définition de la limite infinie $(+\infty)$ d'une suite réelle.
- ☐ Définition d'une suite réelle divergente et d'une suite réelle convergente.
- ☐ Théorème de divergence (par minoration et par majoration).
- ☐ Théorème d'encadrement (des gendarmes) pour les suites.
- ☐ Définition de deux suites adjacentes.
- ☐ Caractérisation de la convergence d'une suite réelle avec les suites extraites.
- ☐ Définition d'un sous-espace vectoriel d'un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel E .
- ☐ Définition d'une combinaison linéaire de n vecteurs d'un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel E .
- ☐ Définition de deux sous-espaces vectoriels supplémentaires.
- ☐ Caractérisation de deux sous-espaces supplémentaires.
- ☐ Définition d'une famille libre.
- ☐ Définition d'une base d'un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel E .
- ☐ Donner la base canonique de $\mathbb{K}^n$ et de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
- ☐ Définitions des relations de négligeabilité et d'équivalence pour des fonctions.
- ☐ Énoncer les 10 équivalents des fonctions usuelles au voisinage de 0.

Démonstrations :

- ☐ Théorème des suites adjacentes.
- ☐ Soit E un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel et F et G deux sous-espaces vectoriels de E .
Montrer que : $(\forall z \in F + G, \exists!(x, y) \in F \times G / z = x + y) \iff F \cap G = \{0_E\}$.
Note à la classe B : dans votre cours, cela correspond à la caractérisation d'une somme directe.
- ☐ Base de $\mathcal{S}_2(\mathbb{R})$ et de $\mathcal{A}_2(\mathbb{R})$ (TD 9 exercice 7 question 2).

Exercices traités dans au moins l'une des deux classes :

TD 8 : exercice 6, exercice 7, exercice 8, exercice 10, exercice 12, exercice 13.

TD 9 : exercice 1, exercice 2, exercice 3 questions 1 et 2, exercice 4, exercice 5 questions 1 et 2, exercice 6 sauf question 2.d), exercice 7, exercice 8, exercice 10, exercice 11, exercice 12, exercice 13, exercice 14, exercice 15, exercice 16.

Uniquement en classe B : exercice 18, exercice 20.

Exercices traités en autonomie :

Cahier de vacances en ligne sur le site.

TD 8 : exercice 9, exercice 11.

TD 9 : exercice 3 question 3, exercice 6 question 2.(d).

Uniquement en classe B : exercice 17, exercice 19.