

Dénombrement.

- Cardinal d'un ensemble fini, d'une partie d'un ensemble fini, opérations sur les cardinaux (réunion, complémentaire, différence et produit cartésien).
- Définition d'une p -liste d'un ensemble de cardinal n , nombre de p -listes, définition d'un p -arrangement, nombre de p -arrangements; définition d'une permutation, nombre de permutations; définition d'une combinaison, nombre de p -combinaisons, formule de Pascal.

Probabilités sur un univers fini.

- Lien entre vocabulaire ensembliste et vocabulaire des probabilités; définition d'une probabilité sur l'univers, définition d'une probabilité sur l'univers à partir de la probabilité de chaque événement élémentaire, définition de la probabilité uniforme sur un univers (lien avec le cardinal des événements), propriétés d'une probabilité (complémentarité, différence, réunion, croissance), définition d'un système complet d'événements de l'univers.
- Définition de la probabilité conditionnelle, formule des probabilités composées, formule des probabilités totales sur un système complet d'événements de l'univers, formule de Bayes.
- Définition de deux événements indépendants, de n événements deux à deux indépendants, définition de l'indépendance mutuelle pour une famille finie d'événements, lien avec l'indépendance 2 à 2.

Applications linéaires.

- Définition et notation de l'ensemble des applications linéaires entre deux $\mathbb{K}$ -espaces vectoriels, caractérisation, définition d'un endomorphisme, définition de l'homothétie, définition d'un isomorphisme, opérations sur les applications linéaires (linéarité, composition), réciproque d'un isomorphisme.
- Définitions de l'image et du noyau d'une application linéaire, structure des sous-espaces vectoriels de l'image et du noyau, caractérisation de l'injectivité et de la surjectivité à l'aide du noyau et de l'image, image d'une application linéaire à l'aide d'une famille finie génératrice de l'espace de départ.
- Automorphismes : définition, notation, propriétés.
- Existence et unicité d'une application définie par l'image d'une base de l'espace de départ, caractérisation de l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité d'une application linéaire par l'image d'une base de l'espace de départ, caractérisation de la bijectivité si les espaces de départ et d'arrivée sont de même dimension, définition et caractérisation de deux espaces vectoriels isomorphes, dimension de l'ensemble des applications linéaires entre deux espaces vectoriels de dimension finie.

Un énoncé au choix à demander :

- ☐ Définition d'un système complet d'événements de l'univers.
- ☐ Formule des probabilités composées.
- ☐ Formule des probabilités totales.
- ☐ Formule de Bayes.
- ☐ Définition de deux événements indépendants et de deux événements incompatibles.
- ☐ Définition d'une p -liste, d'un arrangement de p éléments, d'une permutation et d'une combinaison de p éléments d'un ensemble fini de cardinal $n \in \mathbb{N}^*$.
- ☐ Définition d'un endomorphisme, d'un isomorphisme, d'un automorphisme.
- ☐ Caractérisation d'une application linéaire.
- ☐ Définition du noyau et de l'image d'une application linéaire.
- ☐ Donner deux méthodes pour montrer qu'une application linéaire est injective.

- ☐ Donner deux méthodes pour montrer qu'une application linéaire est surjective.
- ☐ Donner deux méthodes pour montrer qu'une application linéaire est bijective.
- ☐ Définition de deux espaces vectoriels isomorphes et caractérisation en dimension finie.

Démonstrations :

- ☐ Démonstration combinatoire de la formule de Pascal.
- ☐ Soit $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$ un espace probabilisé et $A \in \mathcal{P}(\Omega)$ tel que $P(A) \neq 0$.
L'application $P_A : B \mapsto \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ définie sur $\mathcal{P}(\Omega)$ est une probabilité sur Ω .
- ☐ Caractérisation de l'injectivité d'une application linéaire par le noyau.

Exercices traités dans au moins l'une des deux classes :

TD 11 : exercice 1, exercice 2, exercice 3, exercice 4, exercice 5, exercice 6, exercice 8, exercice 9, exercice 11.

TD 12 : exercice 1, exercice 2.

Uniquement en classe A : exercice 4, exercice 7, exercice 8.

Exercices traités en autonomie :

Cahier de vacances en ligne sur le site.

TD 11 : exercice 7, exercice 10, exercice 12.