

Fiche de TD 0 : révisions

Listes

Exercice 1 *Insertion ordonnée* Créez la liste des nombres entiers de 1 à 100 et y insérez les nombres de la forme $k\sqrt{2}$ pour k allant de 0 à $n \in \mathbb{N}$ de manière à ce que les nombres soient tous ordonnés.

Exercice 2 *Fusion* Soient deux listes arbitraires L_1 et L_2 sans élément en commun. Produisez une liste L qui contient exactement une fois les éléments de L_1 et L_2 .

Comment procéder si L_1 et L_2 ont des éléments en commun ?

Exercice 3 *Codage d'un ensemble*

L'objectif du problème est de coder un ensemble d'éléments quelconques en utilisant seulement des nombres entiers. Or, contrairement à une liste, un ensemble n'est pas ordonné et ne peut contenir un élément en double.

1. Considérons un ensemble n éléments, par exemple toutes les lettres de l'alphabet. Proposez une façon de coder chaque sous-ensemble E en utilisant simplement un entier

$$E \longrightarrow \text{entier}$$

Par exemple, $\{A, F, G\}$ pourra être codé par $2^0 + 2^5 + 2^6 = 97$.

2. Prouver que ce codage est bien bijectif.
3. Écrivez un programme qui demande un entier et affiche les lettres associées. On pourra utiliser la fonction `chr(i)` qui renvoie le i ème caractère ASCII : 'A' pour $i=65$, 'B' pour $i=66$, 'C' pour $i=67$ etc.
4. Proposez des programmes permettant de calculer l'union et l'intersection de deux sous-ensembles de lettres. On pourra utiliser `ord(x)` qui renvoie le numéro d'un caractère ASCII.

Arithmétique

Exercice 4 *Développement cyclique* L'objectif est de vérifier à l'aide d'un programme que les fractions $\frac{1}{i}$ où $i \in \mathbb{N}^*$ admettent bien un développement décimal cyclique à partir d'un certain rang. Autrement, dit à partir d'un certain rang les nombres après la virgule forment une suite périodique.

1. Proposez une fonction `inverse(i)` qui à i associe la liste des 10000 premières décimales de $1/i$. N'utilisez que des entiers dans le calcul pour éviter les erreurs d'arrondi.
2. Proposez une fonction `cyclefin(li, x)` qui vérifie si la sous-suite des x derniers éléments d'une liste li est égale à la sous-suite des x éléments précédents.
3. Utilisez les deux fonctions précédentes pour vérifier que les écritures décimales des $1/i$ sont bien cycliques à partir d'un certain chiffre.

Exercice 5 *PGCD*

Ecrire une fonction `Euclide(a, b)` qui renvoie le PGCD de deux entiers a et b en utilisant l'algorithme d'Euclide.

Chaînes de caractères

Exercice 6 Slicing et palindromes

Un palindrome est un mot de $2n$ lettres de la forme $x_n.x_{n-1} \dots x_2.x_1.x_1.x_2 \dots x_{n-1}x_n$ ou de $2n+1$ lettres de la forme $x_n.x_{n-1} \dots x_2.x_1.x_0.x_1.x_2 \dots x_{n-1}x_n$. On considère un mot mis sous forme de liste de caractères.

1. Programmer une fonction `Est_palindrome(L)` qui prend une liste de caractères et renvoie `True` si `L` est un palindrome, `False` sinon.
2. Ecrire un programme qui renvoie le plus grand sous-mot palindrome dans `L`.

Exercice 7 Anagrammes

Deux mots M et M' sont des anagrammes s'ils contiennent exactement les mêmes lettres comptées avec multiplicité.

Programmer une fonction `Anagramme` qui prend en argument deux chaînes de caractères `M` et `M'` de même longueur et renvoie `True` si les deux mots sont des anagrammes et `False` sinon.

Mathématiques

Exercice 8 Intégrale

Grâce à la formule des sommes de Riemann, écrivez une fonction `somme(f,a,b)` qui retourne une approximation de la quantité $\int_a^b f(t)dt$.

Exercice 9 Série harmonique Ecrivez une fonction `harmonique(M)` où `M` est un flottant et qui détermine le plus petit entier $n \in \mathbb{N}$ tel que la somme partielle $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} > M$.