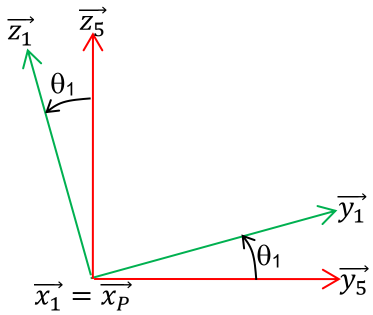
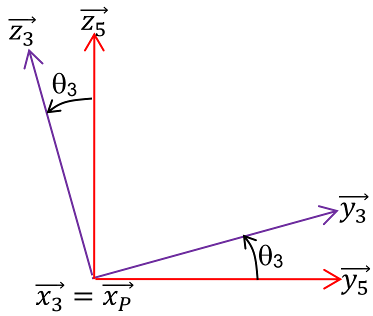
Prépa VAUBAN		Corrigé du DM de noël	DM SI
PTSI	DR1		

Partie 1 : Etude de la cinématique de l'outil de nettoyage

Q1 : Dessiner les figures de changement de base planes représentant les angles θ_1 et θ_3.



$\overrightarrow{\Omega_{1/P}} = \dot{\theta}_1.\overrightarrow{x_5} = \omega_1.\overrightarrow{x_5}$



$\overrightarrow{\Omega_{3/P}} = \dot{\theta}_3.\overrightarrow{x_5} = \omega_3.\overrightarrow{x_5}$

Q2 : Ecrire la fermeture géométrique du cycle CABC sous forme vectorielle en fonction de a, b, c, d et λ.

$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$, soit $\lambda(t).\overrightarrow{y_1} - a.\overrightarrow{y_5} + b.\overrightarrow{z_5} - c.\overrightarrow{y_3} - d.\overrightarrow{z_3} = \vec{0}$

Q3 : Projeter l'expression obtenue à la question 1 sur l'axe $\overrightarrow{y_5}$ et $\overrightarrow{z_5}$

sur l'axe $\overrightarrow{y_5}$:

$\boxed{\lambda(t)\cos\theta_1 - a - c\cos\theta_3 + d\sin\theta_3 = 0}$

sur l'axe $\overrightarrow{z_5}$:

$\boxed{\lambda\sin\theta_1 + b - c\sin\theta_3 - \cos\theta_3 d = 0}$

Q4 : Pour cette valeur de θ_3, en déduire l'expression de λ en fonction uniquement des longueurs a, b, c et d.

$\lambda\cos\theta_1 = a + c$ soit $\lambda^2\cos^2\theta_1 = (a+c)^2$

$\lambda\sin\theta_1 = d - b$ soit $\lambda^2\sin^2\theta_1 = (d-b)^2$

En additionnant les 2 équations, on trouve : $\lambda^2 = (a+c)^2 + (d-b)^2$, soit $\boxed{\lambda = \sqrt{(a+c)^2 + (d-b)^2}}$

Q5 : Effectuer l'application numérique en considérant la longueur (d - b) négligeable devant (a + c).

$\lambda = a + c = 360 + 40 = 400mm$ $\boxed{\lambda = 400mm}$

Q6 : En position haute, la longueur λ vaut 380 mm. En déduire la course totale du vérin entre deux positions extrêmes.

Course = 400-380 = 20mm

Q7 : Sachant que la vitesse de sortie de tige (supposée constante) est de 4mm/s, le vérin choisit permet-il de répondre aux exigences ?

L'exigence 1.4.2 indique que le temps de mise en application de l'outil ne doit pas dépasser 6s.
Vitesse moyenne = 4 $mm.s^{-1}$ (donnée constructeur)
Course = 20mm d'ou
t = 20/4= 5s < 6s maxi donc l'exigence 1.4.2 est respectée.

Partie 2 : Détermination de la vitesse d'avance

Q8 : Après avoir identifié les constituants du train épicycloïdal, exprimer puis calculer le rapport de réduction K_E d'un étage.

0 :Planétaire A 1 : Planétaire B 2 : Satellite 3 : Porte satellite

$$\lambda = \frac{\omega_{0/3}}{\omega_{1/3}} = (-1)^1 \times \frac{Z_1.Z_2}{Z_2.Z_0} = -\frac{Z_1}{Z_0}$$

$$\frac{\omega_{0/3}}{\omega_{1/3}} = \frac{-\omega_{3/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{3/0}} = \lambda \quad \rightarrow \quad -\omega_{3/0} = \lambda.(\omega_{1/0} - \omega_{3/0}) \quad \rightarrow \quad (\lambda - 1).\omega_{3/0} = \lambda.\omega_{1/0}$$

$$\mathrm{K} = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{\lambda}{\lambda - 1} = \frac{-\frac{Z_1}{Z_0}}{-\frac{Z_1}{Z_0} - 1} = \frac{Z_1}{Z_0 + Z_1} = \frac{18}{18 + 42} = \frac{18}{60} = \frac{3}{10}$$

Q9 : Sachant que notre réducteur comporte 4 étages, exprimer puis calculer le rapport de réduction du réducteur que l'on notera K.

$$K = {K_E}^4 = \left(\frac{3}{10}\right)^4 = \frac{81}{10^4} = 8{,}1.10^{-3}$$

Q10 : La roue motrice étant fixée sur l'axe de sortie du réducteur, exprimer puis calculer la vitesse de rotation de la roue en rad/s que l'on notera $\omega_{12/11}$.

$$\omega_{12/11} = \omega_{12/11} \times K = 590 \times \frac{1}{124} \approx \frac{600}{124} \approx 5\ rad/s$$

Q11 : Exprimer la vitesse $\overrightarrow{V_{A'_1,12/11}}$ en fonction de $\omega_{12/11}$ et de D_R et faire l'application numérique.

$$\overrightarrow{V_{A'_1,12/11}} = \overrightarrow{V_{A_1,12/11}} + \overrightarrow{A'_1A_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{12/11}} = \vec{0} + \frac{D_R}{2}.\overrightarrow{z_5} \wedge \omega_{12/11}.\overrightarrow{x_5} = \frac{D_R}{2}.\omega_{12/11}.\overrightarrow{y_5} = 5 \times 0{,}02.\overrightarrow{y_5} = 0{,}1.\overrightarrow{y_5}$$

Q12 : Déterminer la vitesse $\overrightarrow{V_{A'_1,14/11}}$ sachant qu'il y a roulement sans glissement entre 14 et 12 au point A'1.

$\overrightarrow{V_{A'_1,14/12}} = \overrightarrow{V_{A'_1,14/11}} - \overrightarrow{V_{A'_1,12/11}} = \vec{0}$ car roulement sans glissement

$$\overrightarrow{V_{A'_1,14/11}} = \overrightarrow{V_{A'_1,12/11}} = 0{,}1.\overrightarrow{y_5}$$

Q13 : Déterminer la vitesse d'avance du robuglass $\overrightarrow{V_{A'_1,5/0}}$

$\overrightarrow{V_{A'_1,14/0}} = \overrightarrow{V_{A'_1,14/5}} + \overrightarrow{V_{A'_1,5/0}} = \vec{0}$ car roulement sans glissement

$$\overrightarrow{V_{A'_1,5/0}} = -\overrightarrow{V_{A'_1,14/5}} = -\overrightarrow{V_{A'_1,14/11}} = -0{,}1.\overrightarrow{y_5}$$

Q14 : L'exigence de vitesse est-elle respectée ?

On a bien une vitesse de 0,1m/s (un peu moins compte tenu des arrondis de calcul), l'exigence 1.2.1.1 est donc respectée.

Partie 3 : Vérification de la capacité du robot à réaliser un nettoyage efficace en mode automatique

Q15 : Expliquer ce qui dans le schéma bloc permet d'affirmer que le système étudié est bien un système asservi.

Le système est bien un système asservi car il y a un capteur (génératrice tachymétrique) dans la boucle de rétroaction.

Q16 : Déterminer le gain k_a de l'adaptateur pour garantir que le système soit bien asservi.

Pour que l'asservissement soit correct, il faut que ε=0 quand V=V_C

$$\varepsilon = U_a - U_p = V_C \times k_a - V.\frac{k_p}{K.k_R}$$

$$V_C.\left(k_a - \frac{k_p}{K.k_R}\right) = 0 \qquad donc\ k_a = \frac{k_p}{K.k_R}$$

Q17 : Donner les gains K et k_R (voir partie 2)

$K = \frac{1}{124}$ rapport de réduction du réducteur

$k_R = \frac{D_R}{2} = 0{,}02m$ rayon de la poulie (V=R. ω)

Q18 :

Equations du moteur dans le domaine de Laplace :

$U(p) - E(p) = R.I(p)$

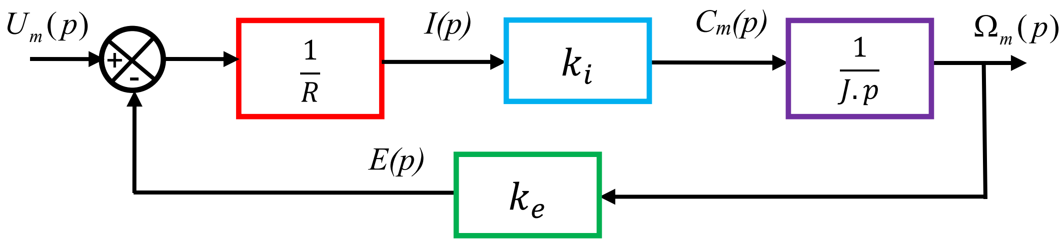
$E(p) = k_e.\Omega_m(p)$

$J.\Omega_m(p) = C_m(p)$

$C_m(p) = k_i.I(p)$

Prépa VAUBAN		Corrigé du DM de noël	DM SI
PTSI	DR4		

Q18 suite



Q19 : A l'aide de ce schéma bloc, calculer la fonction de transfert du moteur $H_{mthéo}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$

$$H_{mthéo}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{k_i}{R.J.p}}{1 + \frac{k_i.k_e}{R.J.p}} = \frac{k_i}{R.J.p + k_i.k_e} = \frac{\frac{1}{k_e}}{1 + \frac{R.J}{k_i.k_e}.p}$$

Q20 : En vous servant de cette fonction et de la fonction de la question 19 :

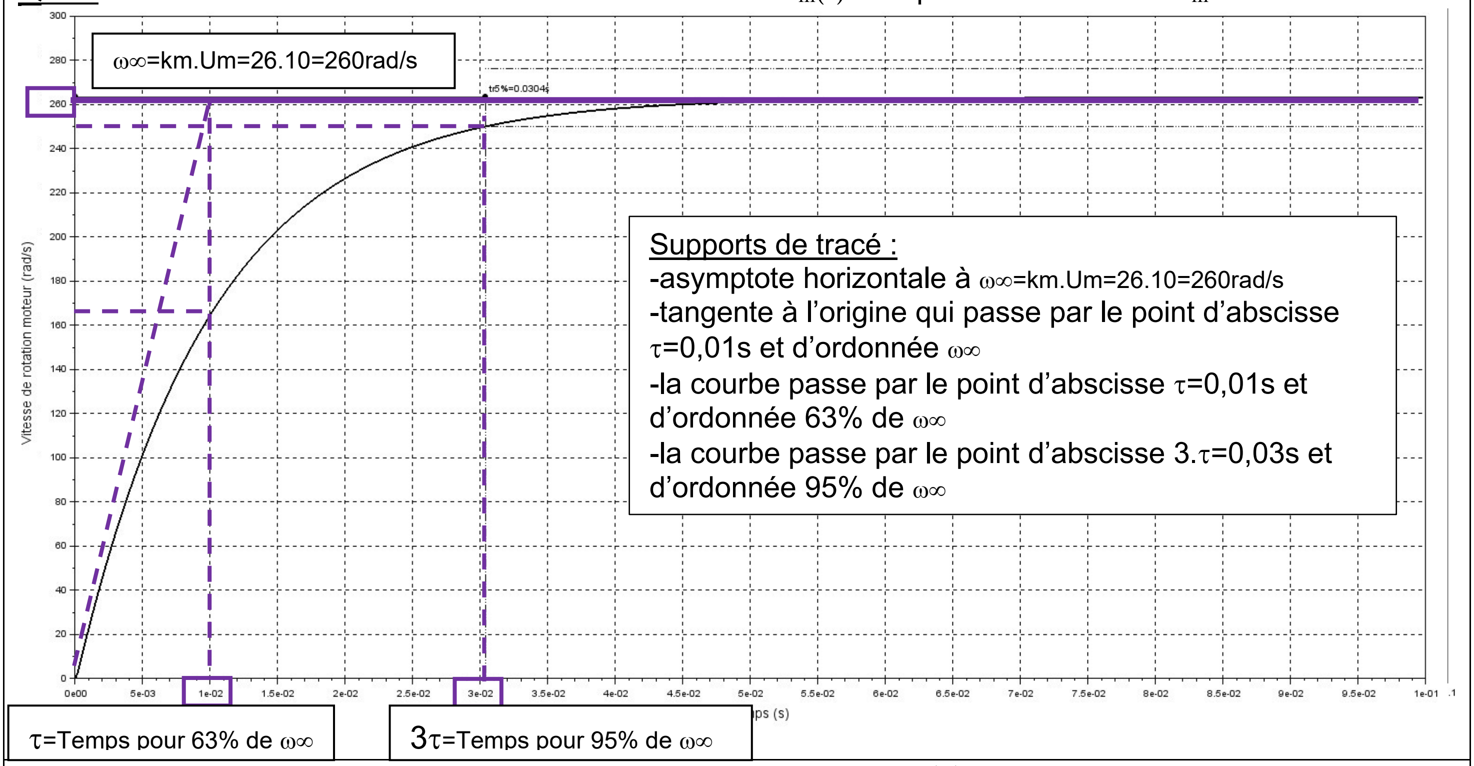
-indiquer quel terme de $H_{mthéo}(p)$ peut être négligé : aucun

-calculer la constante de fcem k_e $\frac{1}{k_e} = k_m \rightarrow k_e = \frac{1}{k_m} = 0{,}0385 \mathrm{rad.s^{-1}/V}$

-déterminer la résistance R sachant que $k_i \approx k_e$ et que $J = 2{,}95.10^{-5}$ kg.m²

$$\tau_m = \frac{R.J}{k_i.k_e} = 0{,}01 \rightarrow R = \frac{k_i.k_e.\tau_m}{J} = 0{,}5\Omega$$

Q21 : Tracer sur le DR l'allure de l'évolution de la vitesse $\omega_m(t)$ en réponse à un échelon $U_m = 10V$



Q22 : Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $F_1(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)}$.

$$F_1(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = k_a.K.k_R.\frac{k_c.k_v.H_m(p)}{1 + k_p.k_c.k_v.H_m(p)} = k_p.\frac{k_c.k_v.H_m(p)}{1 + k_p.k_c.k_v.H_m(p)} = k_p.\frac{k_c.k_v.\frac{k_m}{1+\tau_m.p}}{1 + k_p.k_c.k_v.\frac{k_m}{1+\tau_m.p}}$$

Q23 : Mettre $F_1(p)$ sous forme canonique et exprimer le gain statique noté k_1 et la constante de temps notée τ_1 en fonction de : k_c, k_v, k_m, τ_m, K, k_R et k_p.

$$F_1(p) = k_p.\frac{k_c.k_v.k_m}{1+\tau_m.p+k_p.k_c.k_v.k_m} = \frac{\dfrac{k_p.k_c.k_v.k_m}{1+k_p.k_c.k_v.k_m}}{1+\dfrac{\tau_m}{1+k_p.k_c.k_v.k_m}.p}$$

On a donc, en identifiant et en notant $k_{BO} = k_p.k_c.k_v.k_m$:

$$k_1 = \frac{k_{BO}}{1+k_{BO}} \qquad \tau_1 = \frac{\tau_m}{1+k_{BO}}$$

Q24 : Exprimer l'erreur de vitesse **ε(p)=V_C(p)- V(p)**.

À l'aide du théorème de la valeur finale, déterminer l'expression de l'erreur statique ε_S en fonction de k_c pour une entrée échelon de vitesse d'amplitude V_0.

$\varepsilon(p) = V_C(p) - V(p) = V_C(p).(1 - F_1(p))$

Th. Valeur finale :

$$\varepsilon_S = \lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} p.\frac{V_0}{p}.\left(1-\frac{k_1}{1+\tau_1.p}\right) = V_0(1-k_1) = V_0\left(1-\frac{k_{BO}}{1+k_{BO}}\right)$$

$$\varepsilon_S = \frac{V_0}{1+k_{BO}}$$

L'erreur n'est pas nulle, elle dépend de la valeur de l'échelon et de la valeur de k_1.

Q25 : Exprimer à nouveau la fonction de transfert en boucle fermée : $F_2(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)}$

$$F_2(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = k_p.\frac{\dfrac{k_c}{p}.k_v.\dfrac{k_m}{1+\tau_m.p}}{1+k_p.\dfrac{k_c}{p}.k_v.\dfrac{k_m}{1+\tau_m.p}}$$

Q26 : Mettre F_2(p) (un second ordre normalement) sous forme canonique et identifier ses éléments caractéristiques K_2, z et ω_0 en fonction de k_c, k_v, k_m, τ_m, et k_p.

$$F_2(p) = k_p.\frac{k_c.k_v.k_m}{p.(1+\tau_m.p)+k_p.k_c.k_v.k_m} = \frac{k_{BO}}{k_{BO}+p+\tau_m.p^2} = \frac{1}{1+\dfrac{p}{k_{BO}}+\dfrac{\tau_m}{k_{BO}}.p^2}$$

On identifie les termes de ce second ordre :

$K_2 = 1$

$$\frac{1}{{\omega_0}^2} = \frac{\tau_m}{k_{BO}} \quad \rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k_{BO}}{\tau_m}}$$

$$\frac{2z}{\omega_n} = \frac{1}{k_{BO}} \quad \rightarrow \quad z = \frac{\omega_0}{2.k_{BO}} = \frac{1}{2.\sqrt{\tau_m.k_{BO}}}$$

Q27 : Montrer que l'erreur statique est nulle pour une consigne échelon de vitesse d'amplitude V_0.

Le gain de la FTBF est égal à 1, l'erreur statique en réponse à un échelon est donc nulle.

On peut le démontrer avec le théorème de la valeur finale :

$$\varepsilon_S = \lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} p.\frac{V_0}{p}.\left(1-\frac{1}{1+\dfrac{p}{k_{BO}}+\dfrac{\tau_m}{k_{BO}}.p^2}\right) = 0$$

Q28 : Pour quelle valeur de z le système est le plus rapide ?

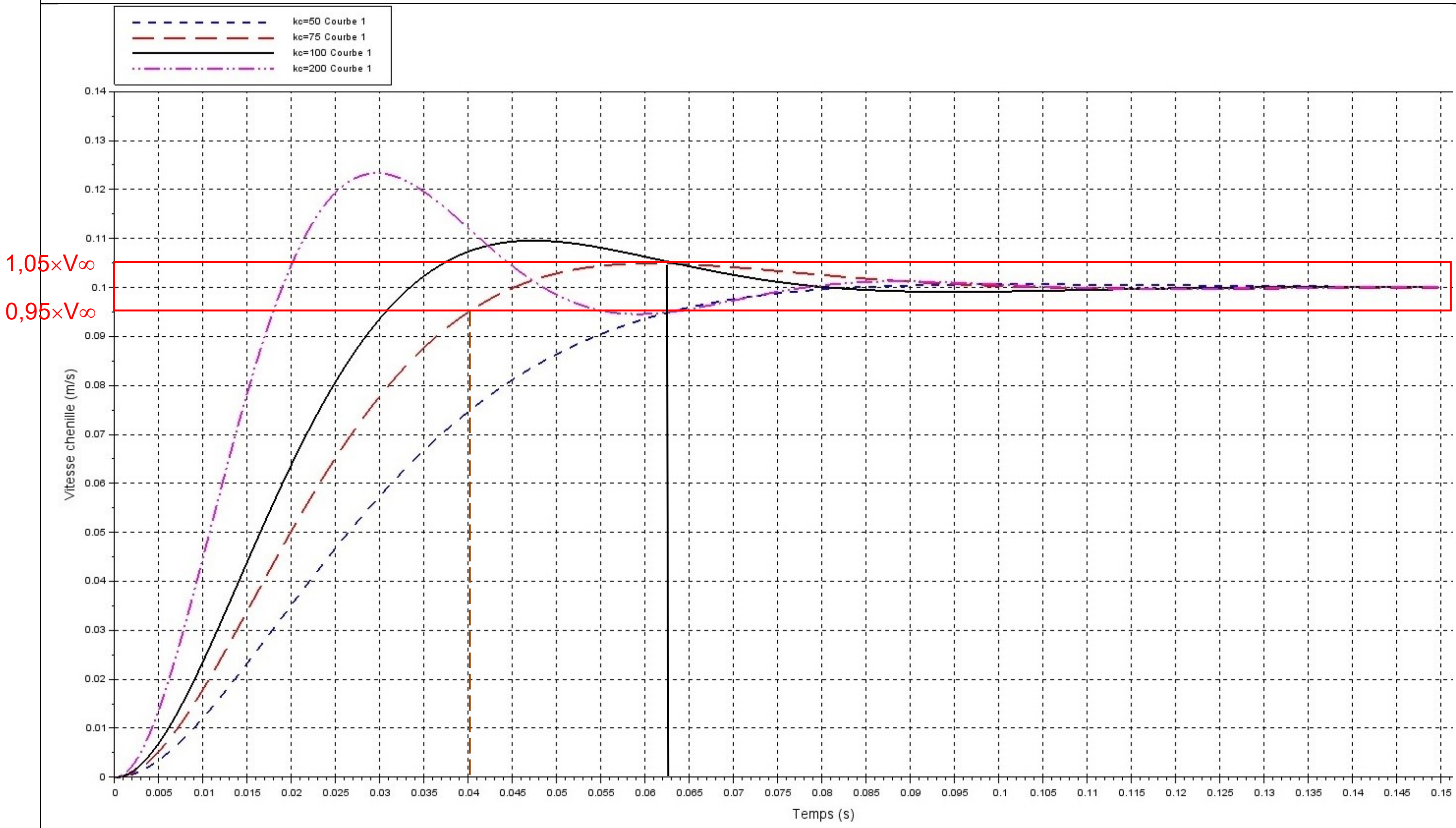
La valeur de z qui donne le temps de réponse le plus faible est $z = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}7$

Prépa VAUBAN		Corrigé du DM de noël	DM SI
PTSI	DR6		

Q29 : Donner l'expression du coefficient k_c permettant d'obtenir ce z.

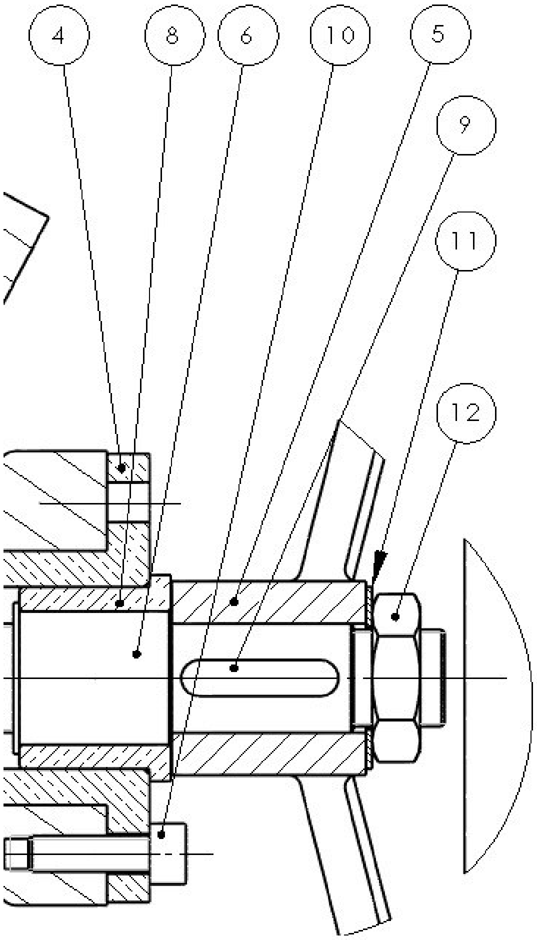
$$z = \frac{1}{2.\sqrt{\tau_m.k_{BO}}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$z^2 = \frac{1}{4.\tau_m.k_{BO}} = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \tau_m.k_{BO} = \tau_m.k_p.k_c.k_v.k_m = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad k_c = \frac{1}{2.\tau_m.k_p.k_v.k_m}$$



Q30 : Donner l'erreur statique ainsi que le temps de réponse à 5% pour les différentes valeurs de k_c.
Le système le plus rapide est pour Kc=75
On trouve un temps de réponse à 5% de 0,04s (on a 0,063s pour les 3 autres réglages)

Q31 :
MIP : centrage long (radial) + appui plan (axial)
MAP : démontable par éléments filetés (4 vis CHC M6-20 repère 10)



Rep	Désignation	QTE
1	Corps	1
2	Pointeau	1
3	Butée pointeau	1
4	Boitier	1
5	Volant	1
6	Axe	1
7	Coussinet C22-30-25	1
8	Clavette forme C 8*7*15	1
9	Clavette forme A 6*6*26	1
10	Vis CHC M6-20	4
11	Rondelle plate Ø16	1
12	Ecrou HM16	1
13	Joint torique Ø38	1
14	Joint torique Ø30	2