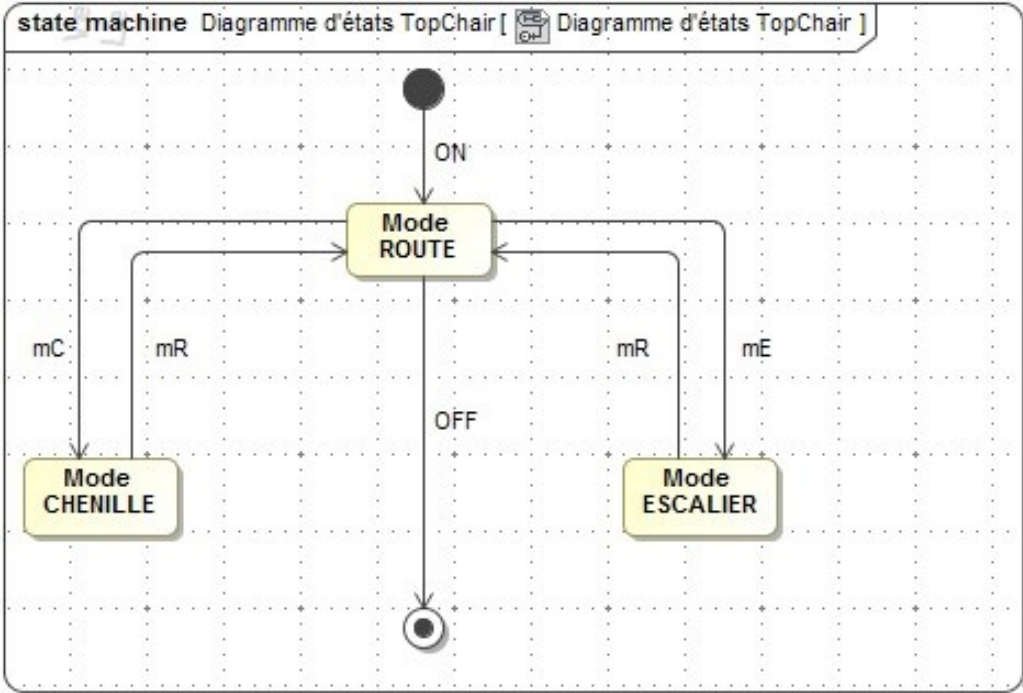


Q1 :



Q2 :

Caractéristiques du capteur SHARP (référence GP2Y0A21YK0F)
Type de rayon émis : infrarouge
Tension d'alimentation recommandée $4,5V \leq VCC \leq 5V$
Temps maximum entre deux mesures $(38,3+9,6)=47,9ms$
Commentaire : les 5 ms n'affectent que la première mesure mais sont ensuite en temps masqué.
On en déduit la fréquence minimale $f_m = \frac{1}{47,9.10^{-3}} = 20,9Hz$

Q3 :

Le signal de sortie est de nature analogique, il faut le convertir en grandeur numérique d'où la nécessité d'un convertisseur analogique/numérique.

Q4 :

a.

Distance (cm)	4	9	15	30	65
Tension en sortie du capteur (V)	1	2	2,8	2	1

- On constate que la tension de sortie est la même pour deux valeurs différentes de distance.
- b. La plage de mesure du capteur est une distance comprise entre 20 cm et 150 cm
C'est justifié car cela évite les doublons de tension de sortie comme indiqué au 4.a
- c. Le cahier des charges impose une détection d'obstacle dans l'intervalle 20 cm- 60 cm, donc les capteurs conviennent.

Prépa VAUBAN		Fauteuil Top Chair S[©]	Cahier Réponses
PTSI	DR2		DS4

Q5 : Calcul de quantum

$$q = V_{PE} / 2^n$$

$$q_{8bits} = 5,12 / 2^8 = 5,12 / 256 = 0,02V$$

$$q_{10bits} = 5,12 / 2^{10} = 5,12 / 1024 = 0,005V$$

Q6 :

Distance	Tension Sortie capteur	Valeur decimale 8bits	Code binaire 8-bits	Code hexa 8-bits	Valeur deci 10-bits	Code binaire 10-bits	Code hexa 10-bits
30cm	2V	100	01100100	64	400	0110010000000000	6400
15cm	2,8V	140	10001100	8C	560	1000110000000000	8D00

Calculs pour 30cm : $N_{30} = \text{ENT}(2/q)$

Pour 8bits : $N_{30/8} = \text{ENT}(2/0,02) = 100 = (01100100)_b = (64)_h$

Pour 10bits : $N_{30/10} = \text{ENT}(2/0,005) = 400 = (0110010000)_b$

Il faut ajouter les 6 zéros à droite, comme indiqué dans le sujet : **(0110010000000000)_b**

Calculs pour 20cm : $N_{20} = \text{ENT}(2,8/q)$

Pour 8bits : $N_{30/8} = \text{ENT}(2,8/0,02) = 140 = (10001100)_b = (8C)_h$

Pour 10bits : $N_{30/10} = \text{ENT}(2,8/0,005) = 560 = (1000110000)_b$

Il faut ajouter les 6 zéros à droite, comme indiqué dans le sujet : **(1000110000000000)_b**

Q7 :

La variation moyenne de la tension de sortie dans la plage considérée (20-60cm) est de

$\Delta V_T = (2,5 - 1) = 1,5V$ pour une variation de distance $\Delta L_T = 40cm$

On cherche la variation de longueur pour laquelle on obtient une variation de tension en sortie du capteur égale au quantum.

précision = $q \cdot \Delta L / \Delta V_T$

Pour 8 bits : $\text{préci}_{8bits} = 0,02 \cdot 40 / 1,5 = \mathbf{0,53cm}$

Pour 10 bits : $\text{préci}_{10bits} = 0,005 \cdot 40 / 1,5 = \mathbf{0,13cm}$

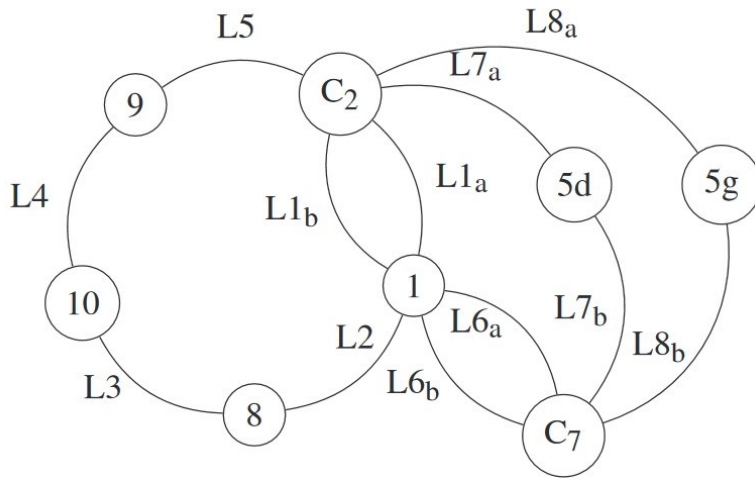
Q8 : Conclusions sur le capteur et le CAN

La plage de mesure du capteur (20-150cm) convient car elle permet de détecter un obstacle dans l'intervalle imposé par le cahier des charges (20 à 60cm)

Pour respecter l'exigence de précision ($< 1cm$), peu importe le codage du CAN, car les précisions obtenues sont toutes les $2 < 1cm$.

Prépa VAUBAN		Fauteuil Top Chair S[©]	Cahier Réponses
PTSI	DR3		DS4

Q9 : Identification des liaisons :



- L1a : **Rotule de centre F₁**
- L1b : **Lin. annulaire d'axe (F₂, $\vec{z}_1$)**
- L2 : **Pivot d'axe (D, $\vec{z}_1$)**
- L3 : **Pivot d'axe (D₁, $\vec{x}_7$)**
- L4 : **Hélicoïdale d'axe (D₂, $\vec{x}_7$)**
- L5 : **Pivot d'axe (P, $\vec{z}_1$)**
- L6a : Rotule de centre E₁
- L6b : Lin. annulaire d'axe (E₂, $\vec{z}_1$)
- L7a : Pivot d'axe (Q₁, $\vec{z}_1$)
- L7b : Pivot d'axe (R₁, $\vec{z}_1$)
- L8a : Pivot d'axe (Q₂, $\vec{z}_1$)
- L8b : Pivot d'axe (R₂, $\vec{z}_1$)

Q10 :

- 1 : Planétaire A**
- 2 : Satellite**
- 3 : Planétaire B**
- 4 : Porte satellite**

Q11 :

Raison de base : $\lambda = \frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}} = (-1)^1 \times \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_2 \cdot Z_3} = -\frac{Z_1}{Z_3}$

$$\frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}} = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = \frac{-\omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = \lambda \rightarrow \lambda(\omega_{4/0} - \omega_{1/0}) = \omega_{4/0} \rightarrow (\lambda - 1) \cdot \omega_{4/0} = \lambda \cdot \omega_{1/0}$$

$$K = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{\lambda}{\lambda - 1} = \frac{-\frac{Z_1}{Z_3}}{-\frac{Z_1}{Z_3} - 1} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} = \frac{12}{40} = 0,3$$

Q12 :

$$V = N_{vis} \times pas = N_m \times K \times pas$$

avec Nvis en tour/min et le pas en mm (par tour), on a V en mm/min

$$V = 1200 \times 0,3 \times 6 = 2160 \text{ mm/min} = 36 \text{ mm/s}$$

Q13 :

Un œil avisé de mécanicien reconnaît directement que la structure 1/C2/C7/5 est un parallélogramme déformable, ce qui implique donc que le mouvement 5+roue/1 est une translation circulaire.

$$\vec{V}_{Q,C2/1} = \vec{V}_{Q,C2/5+R} + \vec{V}_{Q,5+R/1} = \vec{V}_{Q,5+R/1} \quad \text{car Q est le CIR de C2/5+R}$$

Comme le mouvement 5+R/1 est une translation, alors le champs des vitesses est uniforme, et donc :

$$\vec{V}_{Q,5+R/1} = \vec{V}_{I,5+R/1} = \vec{V}_{Q,C2/1}$$

La composante verticale de la vitesse d'impact roue/sol correspond à la valeur absolue de la composante selon y du vecteur vitesse $\vec{V}_{I,5+R/1}$, soit $V_{\text{impact vert}} = 156 \text{ mm/s} = 0,156 \text{ m/s} < 0,2 \text{ m/s}$ Exigence respectée

Prépa VAUBAN		Fauteuil Top Chair S[©]	Cahier Réponses
PTSI	DR4		DS4

Q14 :

$$\{V_{10/1}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad \text{car Liaison 10/1 : Pivot d'axe } \vec{z}_1 \text{ en B}$$

$$\vec{V}_{S10/1} = \vec{V}_{B10/1} + \vec{SB} \wedge \vec{\Omega}_{10/1} = \vec{0} - b \cdot \vec{y}_{10} \wedge \dot{\theta} \cdot \vec{z}_1 = -b \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{x}_{10}$$

$$\{V_{10/1}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \cdot \vec{z}_1 \\ -b \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{x}_{10} \end{Bmatrix}_S$$

Q15 :

$$\{V_{10/15}\} = \begin{Bmatrix} (\dot{\theta} - \dot{\beta}) \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_S \quad \text{car Liaison 10/15 : Pivot d'axe } \vec{z}_1 \text{ en S et}$$

$$\vec{\Omega}_{10/15} = \vec{\Omega}_{10/0} - \vec{\Omega}_{15/0} = (\dot{\theta} - \dot{\beta}) \cdot \vec{z}_1$$

$$\{V_{15/16}\} = \begin{Bmatrix} \omega_V \cdot \vec{x}_{15} \\ \dot{\lambda} \cdot \vec{x}_{15} \end{Bmatrix} \quad \text{liaison hélicoïdale d'axe } \vec{x}_{15}, \text{ on a : } \vec{V}_{S15/16} = \left(\frac{d\vec{VS}}{dt} \right)_{R_{16}} = \dot{\lambda} \cdot \vec{x}_{15}$$

on exprimera $\dot{\lambda}$ plus tard

$$\{V_{16/14}\} = \begin{Bmatrix} \omega_V \cdot \vec{x}_{15} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_S \quad \text{liaison pivot d'axe } \vec{x}_{15}$$

$$\{V_{14/1}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\beta} \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_V \quad \text{car Liaison 14/1 : Pivot d'axe } \vec{z}_1 \text{ en V}$$

$$\vec{V}_{S14/1} = \vec{V}_{V14/1} + \vec{SV} \wedge \vec{\Omega}_{14/1} = \vec{0} - \lambda \cdot \vec{x}_{15} \wedge \dot{\beta} \cdot \vec{z}_1 = \lambda \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_{15}$$

$$\{V_{14/1}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\beta} \cdot \vec{z}_1 \\ \lambda \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_{15} \end{Bmatrix}_S$$

Q16 :

$$\vec{V}_{S10/1} = \vec{V}_{S10/15} + \vec{V}_{S15/16} + \vec{V}_{S16/14} + \vec{V}_{S14/1}$$

$$-b \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{x}_{10} = \dot{\lambda} \cdot \vec{x}_{15} + \lambda \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_{15}$$

On projette sur $\vec{x}_{15}$: $-b \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\theta - \beta) = \dot{\lambda}$

Q17 :

En simplifiant avec l'hypothèse des petits angles on obtient : $\dot{\theta} = -\frac{\dot{\lambda}}{b}$

Q18 :

$$\dot{\lambda} = -\frac{\omega_V \cdot pa}{2\pi} = -\frac{\omega_m \cdot r \cdot pa}{2\pi}$$

Signe moins car on a un pas à droite

Q19 :

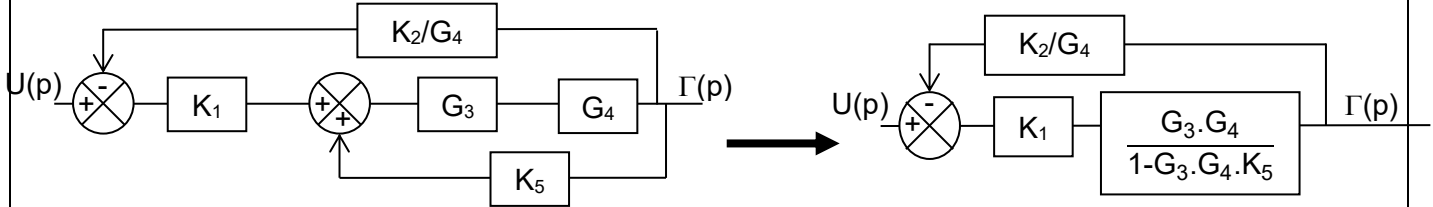
En combinant les expressions des Q18 et 19 :

$$\dot{\theta} = \frac{\omega_m \cdot r \cdot pa}{b \cdot 2\pi}$$

Prépa VAUBAN		Fauteuil Top Chair S [©]	Cahier Réponses
PTSI	DR5		DS4

Q20 :

On commence par manipuler le schéma bloc pour avoir une forme exploitable :



Finalement :

$$T_1(p) = \frac{\Gamma(p)}{U(p)} = \frac{K_1 \cdot G_3 \cdot G_4}{1 - G_3 \cdot G_4 \cdot K_5 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3}$$

Q21 :

$$F_1(p) = \frac{\Gamma(p)}{\Gamma_c(p)} = \frac{C \cdot T_1}{1 + C \cdot T_1} = \frac{K_r \cdot \frac{6 \cdot 10^{-5}}{p^2 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3 \cdot 10^{-4}}}{1 + K_r \cdot \frac{6 \cdot 10^{-5}}{p^2 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3 \cdot 10^{-4}}} = \frac{K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5}}{p^2 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3 \cdot 10^{-4} + K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5}}$$

$$F_1(p) = \frac{K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5}}{p^2 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3 \cdot 10^{-4} + K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5}}$$

$$F_1(p) = \frac{\frac{K_r}{K_r - 5}}{1 + \frac{2 \cdot 10^{-2}}{K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{-4}} \cdot p + \frac{1}{K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{-4}} \cdot p^2}$$

Q22 :

$$K_s = \frac{K_r}{K_r - 5}$$

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{1}{K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{-4}} \rightarrow \omega_n = \sqrt{K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{-4}} = \sqrt{A}$$

$$\frac{2z}{\omega_n} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{A} \rightarrow z = \frac{\omega_n \cdot 10^{-2}}{A} = \frac{10^{-2}}{\sqrt{A}} = \frac{10^{-2}}{\sqrt{K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{-4}}}$$

Prépa VAUBAN		Fauteuil Top Chair S[©]	Cahier Réponses
PTSI	DR6		DS4

Q23 :

$$\varepsilon = \Gamma_c - \Gamma = \Gamma_c \cdot (1 - F_1(p))$$

Th. Valeur finale :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{\gamma_0}{p} \cdot \left(1 - \frac{\frac{K_r}{K_r - 5}}{1 + \frac{2 \cdot 10^{-2}}{K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot p} + \frac{1}{K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{-4} \cdot p^2}} \right)$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon^\infty(p) = \gamma_0 \cdot \left(1 - \frac{K_r}{K_r - 5} \right) = \gamma_0 \cdot \left(\frac{-5}{K_r - 5} \right)$$

On veut $\left| \frac{\varepsilon^\infty}{\gamma_0} \right| < 0,1$

$$\frac{5}{K_r - 5} < 0,1 \quad \rightarrow \quad 50 < K_r - 5 \quad K_r > 55$$

Q24 :

La valeur de z qui évite l'oscillation et qui limite le dépassement à 5% est 0,7.

$$0,7 = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot \sqrt{K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{-4}}} \quad \rightarrow \quad K_r = \left(\frac{4 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 0,49} + 3 \cdot 10^{-4} \right) \cdot \frac{1}{6 \cdot 10^{-5}} = \frac{2 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-5}} = \frac{50}{6}$$

On trouve **Kr=8,3**

Si Kr est inférieur à 8,3, on dépasse moins, voire plus du tout mais le système perd en rapidité
Si Kr est supérieur à 8,3 on est en régime oscillatoire (z<0,7)

Q25 :

Ce choix n'est pas très judicieux, en effet, il faut Kr soit à la fois >55 pour assurer la précision souhaitée et égal à 8,3 pour ne pas osciller tout en étant suffisamment rapide.

Cela paraît un peu compliqué...

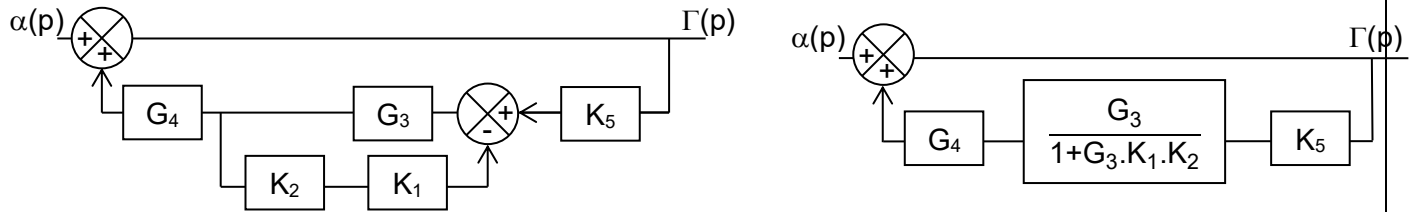
Solution, correcteur PID ou avance de phase.

Prépa VAUBAN		Fauteuil Top Chair S [©]	Cahier Réponses
PTSI	DR7		DS4

Qbonus

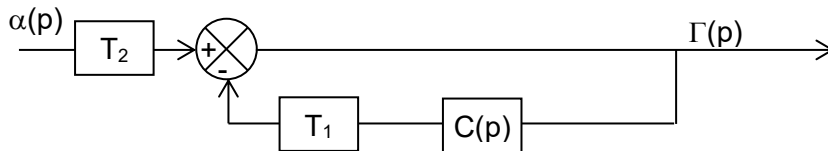
Détermination de $T_2(p)$:

On commence par manipuler le schéma bloc pour avoir une forme exploitable :



$$T_2(p) = \frac{\Gamma(p)}{\alpha(p)} = \frac{1}{1 - \frac{G_3 \cdot G_4 \cdot K_5}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3}} = \frac{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3}{1 - G_3 \cdot G_4 \cdot K_5 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3}$$

Pour F2, il faut à nouveau modifier le schéma bloc :



$$F_2(p) = \frac{\Gamma(p)}{\alpha(p)} = T_2 \cdot \frac{1}{1 + T_1 \cdot C} = \frac{p^2 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot p}{p^2 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3 \cdot 10^{-4}} \times \frac{1}{1 + \frac{K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5}}{p^2 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3 \cdot 10^{-4}}}$$

$$F_2(p) = \frac{p^2 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot p}{p^2 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3 \cdot 10^{-4}} \times \frac{p^2 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3 \cdot 10^{-4}}{p^2 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3 \cdot 10^{-4} + K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5}}$$

$$F_2(p) = \frac{p^2 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot p}{p^2 + 2 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3 \cdot 10^{-4} + K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5}}$$

$$F_2(p) = \frac{1}{K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{-4}} \times \frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot p + p^2}{1 + \frac{2 \cdot 10^{-2}}{K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{-4}} \cdot p + \frac{p^2}{K_r \cdot 6 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{-4}}}$$