

Prépa VAUBAN		Télesiège débrayable Biollay	Cahier Réponses
PTSI	DR1		Prépa DS5

Q1 :

$$Q_s = \frac{N_p \cdot v_c \cdot 3600}{d} \text{ en personnes/h}$$

$$\text{A.N : } Q_s = \frac{6,5 \cdot 5,3600}{36} = 3300 \text{ p/h}$$

La vitesse de 5,5m/s permet de respecter le débit attendu.

Q2 :

$$K_r = \frac{\Omega_p}{\Omega_m} = k = \frac{1}{60}$$

K_r est le rapport de réduction du réducteur

$$K_c = \frac{V}{\Omega_p} = R_p = 2,5 \text{ m}$$

On a la relation $V=R \cdot \Omega$ en faisant l'hypothèse de non-glissement entre le câble et la poulie.

Q3 :

a. Pour un convertisseur CAN, on a :

$$q = \frac{\text{Tension pleine échelle}}{2^n}$$

La tension pleine échelle du CAN est 20 V, et le nombre de bits $n=16$

$$q = \frac{20}{2^{16}} = \frac{10}{2^{15}} = \frac{10}{32768} \text{ V} \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$

b. La génératrice délivre 30V pour 1000tr/min, on détermine son gain :

$$K_g = \frac{U_{tachy}}{\Omega_m} = \frac{30}{1000 \cdot \frac{\pi}{30}} \approx \frac{30}{1000 \times 0,1} = 0,3 \text{ V}/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$$

c. Pour trouver le gain global de la chaîne de mesure, il suffit de multiplier les gains :

$$K_{mes} = K_g \times K_{cond} \times K_{CAN} = 0,3 \times \frac{1}{30} \times \frac{1}{3 \cdot 10^{-4}} = \frac{100}{3} \approx 33 \text{ s/rad}$$

d. La chaîne de mesure nous donne la relation : $NUM_{mes(p)} = \Omega_m(p) \times K_{mes}$

$$\Delta\Omega_m = \frac{1}{K_{mes}} = \frac{1}{33} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ rad/s}$$

e. Il faut passer de la vitesse de l'arbre moteur à la vitesse du câble en faisant attention aux unités :

$$\Delta V = K_r \cdot K_c \cdot \Delta\Omega_m = \frac{1}{60} \times 2,5 \times 3 \cdot 10^{-2} = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

La résolution de la mesure de la vitesse du câble est de 1,25mm/s < 5mm/s.

La génératrice tachymétrique respecte l'exigence de précision.

Q4 :

Pour que l'asservissement soit correct, il faut vérifier : $\varepsilon(p) = 0$ quand $V=V_c$

$$\varepsilon(p) = K_a \cdot V_c(p) - K_{mes} \cdot \Omega_m(p) = K_a \cdot V_c(p) - \frac{K_{mes}}{K_r \cdot K_c} \cdot V(p)$$

Il faut donc que $K_a = \frac{K_{mes}}{K_r \cdot K_c}$ pour avoir $\varepsilon(p) = 0$ lorsque $V(p) = V_c(p)$

Prépa VAUBAN		Télésiège débrayable Biollay	Cahier Réponses
PTSI	DR2		Prépa DS5

Q5 :

$$H_1(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = K_a \cdot K_r \cdot K_c \cdot \frac{K_p \cdot K_d \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}}{1 + K_{mes} \cdot K_p \cdot K_d \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}} = \frac{K_{mes} \cdot K_p \cdot K_d \cdot K_m}{1 + 10 \cdot p + K_{mes} \cdot K_p \cdot K_d \cdot K_m}$$

$$= \frac{\frac{K_{mes} \cdot K_p \cdot K_d \cdot K_m}{1 + K_{mes} \cdot K_p \cdot K_d \cdot K_m}}{1 + \frac{\tau_m}{1 + K_{mes} \cdot K_p \cdot K_d \cdot K_m} \cdot p}$$

$$H_1(p) = K_a \cdot K_r \cdot K_c \cdot \frac{K_p \cdot K_d \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}}{1 + K_{mes} \cdot K_p \cdot K_d \cdot \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}} = \frac{K_{mes} \cdot K_p \cdot K_d \cdot K_m}{1 + \tau_m \cdot p + K_{mes} \cdot K_p \cdot K_d \cdot K_m} = \frac{\frac{K_{mes} \cdot K_p \cdot K_d \cdot K_m}{1 + K_{mes} \cdot K_p \cdot K_d \cdot K_m}}{1 + \frac{\tau_m}{1 + K_{mes} \cdot K_p \cdot K_d \cdot K_m} \cdot p}$$

En remplaçant par les valeurs numériques :

$$H_1(p) = \frac{\frac{33 \times K_p \times 0,1 \times 0,2}{1 + 33 \times K_p \times 0,1 \times 0,2}}{1 + \frac{10}{1 + 33 \times K_p \times 0,1 \times 0,2} \cdot p} = \frac{\frac{K_p \times 0,66}{1 + K_p \times 0,66}}{1 + \frac{10}{1 + K_p \times 0,66} \cdot p} = \frac{\frac{K_p}{1,5 + K_p}}{1 + \frac{15}{1,5 + K_p} \cdot p}$$

Q6 :

$$\varepsilon = V_c - V = V_c \cdot (1 - H_1(p))$$

Th. Valeur finale :

$$\varepsilon_S = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_S(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon_S(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{V_c}{p} \cdot \left(1 - \frac{\frac{K_p}{1,5 + K_p}}{1 + \frac{15}{1,5 + K_p} \cdot p} \right) = V_c \cdot \left(1 - \frac{K_p}{1,5 + K_p} \right)$$

$$\varepsilon_S = \frac{1,5 \times V_c}{1,5 + K_p} = \frac{8,25}{1,5 + K_p}$$

Q7 :

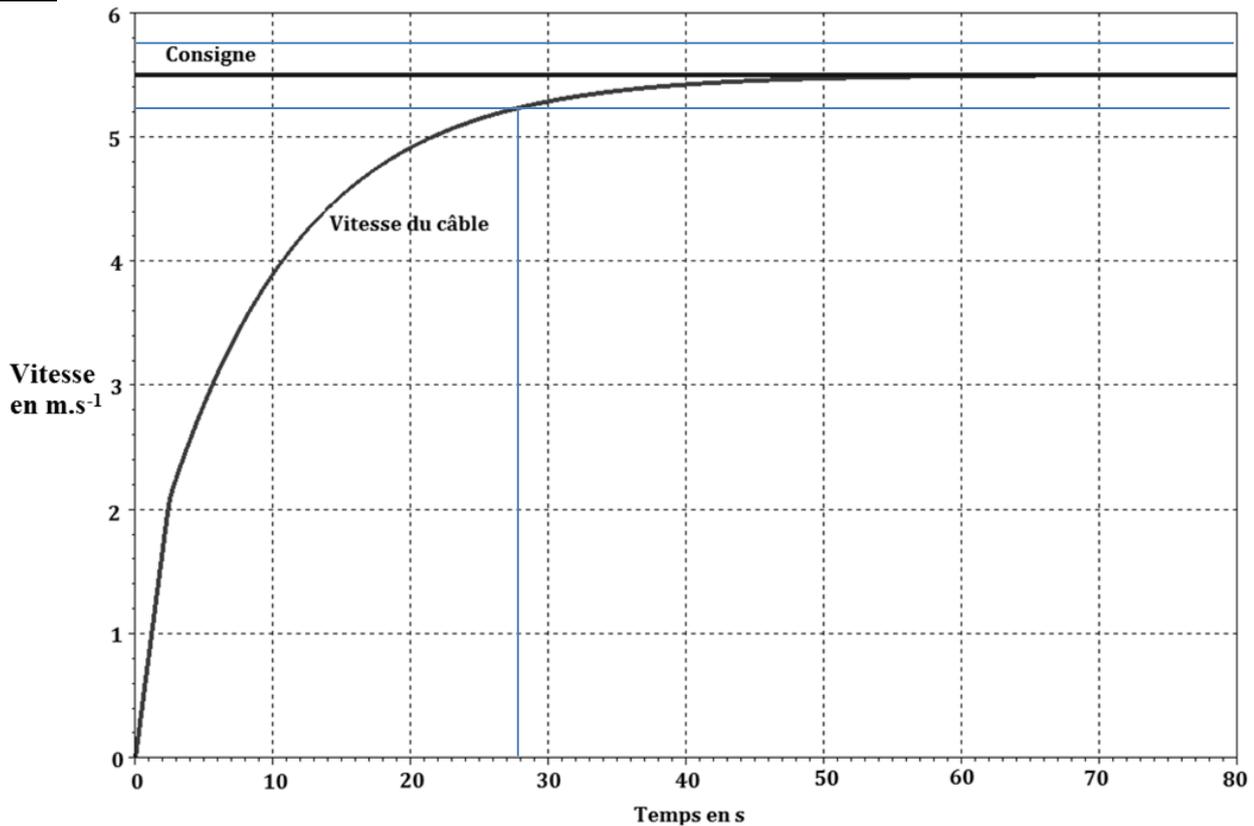
On veut une erreur statique < 0,1m/s :

$$\varepsilon_S = \frac{8,25}{1,5 + K_p} < 0,1 \rightarrow 1,5 + K_p > 82,5$$

$$K_p > 82,5 - 1,5$$

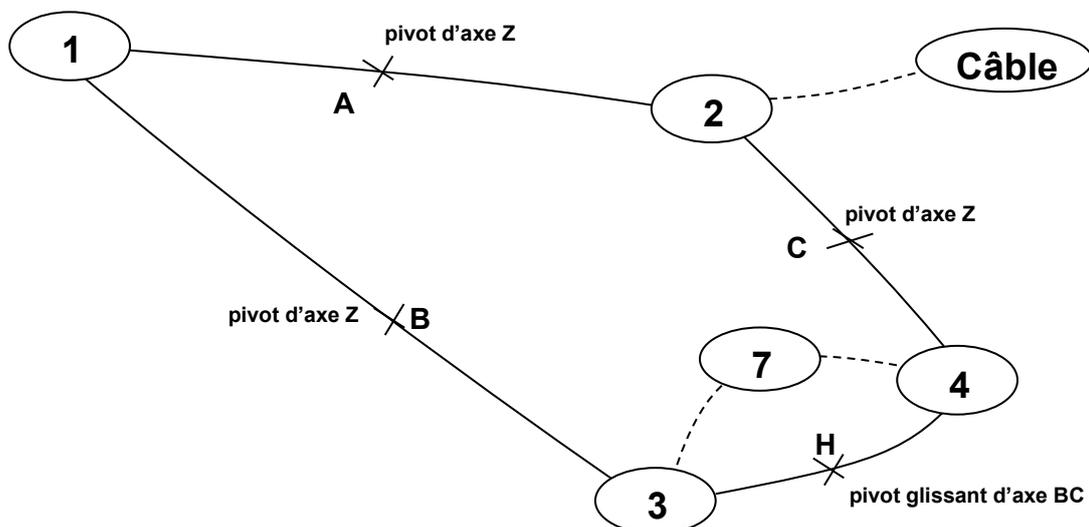
$$K_{p \min} = 81$$

Q8 :



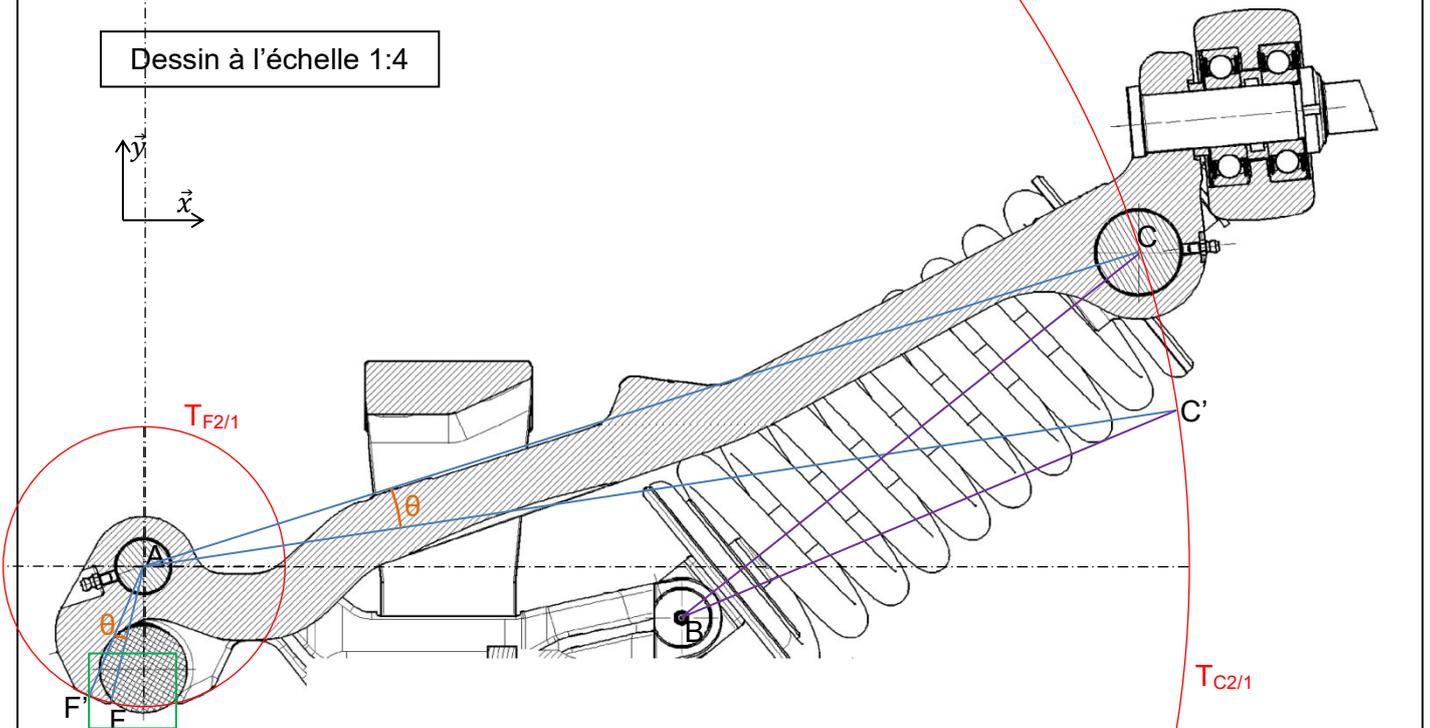
- a. L'erreur statique est nulle (on atteint la consigne de 5,5m/s)
Le temps de réponse à 5% est de 28s
- b. Les exigences de précision ($0 < 0,1 \text{ m/s}$) et de rapidité sont respectées ($28 < 40 \text{ s}$)

Q9 :



Q10 :

Dessin à l'échelle 1:4



Démarche de tracé :

Le mouvement de 2/1 est une rotation de centre A (car liaison 2/1 pivot)

On en déduit les trajectoires $T_{F2/1}$ et $T_{C2/1}$: 2 cercles de centre A et de rayon AF et ACOn trouve le point F' : il doit être sur $T_{F2/1}$ et doit permettre le passage du câble (matérialisé par le rectangle vert)

Pour trouver C', on a 2 possibilités :

Technique des pièces indéformables (ça marche à tous les coups)

On relève la distance FC au compas.

On plante le compas en F' et on met un coup de compas qui coupe la trajectoire de C, on a trouvé C'

Technique de l'angle (fonctionne pour de pièces en rotation) :

On relève l'angle θ entre AF et AF', c'est l'angle de rotation de 2 pour passer de fermée à ouverte.On détermine la position de C' : il est sur $T_{C2/1}$ et l'angle AC, AC' doit valoir θ .On détermine la course du ressort : Course = $(BC - BC') \cdot 4 = 28\text{mm}$

Prépa VAUBAN		Télesiège débrayable Biollay	Cahier Réponses
PTSI	DR5		Prépa DS5

Q11 :

On isole l'ensemble S :

Action de pesanteur : $\{A_{pes \rightarrow S}\} = \begin{matrix} -30000 \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}$ remarque : $P=(m_v+m_{6p}) \times g \times cs=1000 \times 10 \times 3$

Action dans la liaison complète du câble : $\{A_{c \rightarrow S}\} = \begin{matrix} \overrightarrow{R_{c \rightarrow S}} \\ \overrightarrow{M_{O c \rightarrow S}} \end{matrix}$

On réduit au point O :

$$\overrightarrow{M_{O pes \rightarrow S}} = \overrightarrow{M_G pes \rightarrow S} + \overrightarrow{OG} \wedge \overrightarrow{P_S} = -L \cdot \vec{y} \wedge -30000 \cdot \vec{y} = \vec{0}$$

On applique le PFS et on trouve :

$$\{A_{c \rightarrow S}\} = \begin{matrix} +30000 \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} = \begin{matrix} +30000 \cdot \cos 45 \cdot \vec{y}_c - 30000 \cdot \sin 45 \cdot \vec{z}_c \\ \vec{0} \end{matrix} = \begin{matrix} 21000 \cdot \vec{y}_c - 21000 \cdot \vec{z}_c \\ \vec{0} \end{matrix}$$

Q12 :

On isole l'ensemble $\Sigma : \{3,4,7\}$:

Cet ensemble est soumis à : l'action de 1 en B et l'action de 2 en C.

D'après le PFS, si cet ensemble est en équilibre, alors la direction des 2 résultantes est la droite (BC), portée par le vecteur directeur \vec{x}_3 .

On peut donc écrire : $\{A_{2 \rightarrow 4}\} = \begin{matrix} X_{24} \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{matrix}$

On isole 2 :

Action de 4 sur 2 en C : $\{A_{4 \rightarrow 2}\} = \begin{matrix} X_{42} \cdot \vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{matrix}$

Action de 1 sur 2 en A : $\{A_{1 \rightarrow 2}\} = \begin{matrix} X_{12} \cdot \vec{x} + Y_{12} \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}$

Action du câble en E : $\{A_{ca \rightarrow 2}\} = \begin{matrix} 25000 \cdot \vec{y}_m \\ \vec{0} \end{matrix}$

On réduit les torseurs au point A :

$$\overrightarrow{M_{A 4 \rightarrow 2}} = \overrightarrow{M_{C 4 \rightarrow 2}} + \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{C_{4 \rightarrow 2}} = L \cdot \vec{x}_2 \wedge X_{42} \cdot \vec{x}_3 = L \cdot X_{42} \cdot \sin(\beta - \alpha) \cdot \vec{z}$$

$$\overrightarrow{M_{A ca \rightarrow 2}} = \overrightarrow{M_{E ca \rightarrow 2}} + \overrightarrow{AE} \wedge \overrightarrow{E_{ca \rightarrow 2}} = -r \cdot \vec{x}_m \wedge 25000 \cdot \vec{y}_m = -25000 \cdot r \cdot \vec{z}$$

PFS :

Seule l'équation de moment en projection sur \vec{z} nous est utile :

$$L \cdot X_{42} \cdot \sin(\beta - \alpha) - 25000 \cdot r = 0$$

$$X_{42} = \frac{25000 \cdot r}{L \cdot \sin(\beta - \alpha)}$$

Q13 :

On isole 4 :

BAME : action de 2 en C de direction de résultante \vec{x}_3 , action des ressorts de direction de résultante \vec{x}_3 et action de 3 en H de direction de résultante \vec{y}_3 car liaison pivot glissant d'axe \vec{x}_3

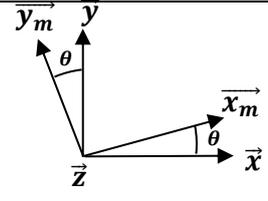
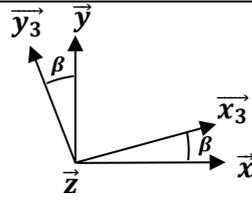
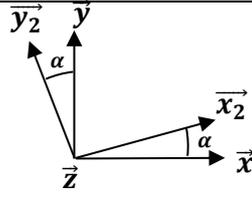
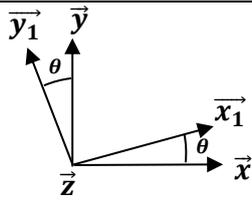
D'après le PFS (théorème de la résultante sur l'axe \vec{x}_3), la norme de l'action des 2 ressorts est égale à la

norme de l'action de 4, d'où : $\|\overrightarrow{F_{ressort7}}\| = \frac{X_{42}}{2}$

On mesure sur la figure $L_{comp}=258\text{mm}$

$$\|\overrightarrow{F_{ressort7}}\| = k_7 \cdot \Delta L_7 \quad \rightarrow \quad k_7 = \frac{\|\overrightarrow{F_{ressort7}}\|}{\Delta L_7} = \frac{6000/2}{333 - 258} = 40\text{N/mm}$$

Prépa VAUBAN		Télesiège débrayable Biollay	Cahier Réponses
PTSI	DR6		Prépa DS5



Q14 :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$$

$$a.\vec{x} + b.\vec{y} + \lambda.\vec{x}_3 - L.\vec{x}_2 = \vec{0}$$

En projection sur les axes \vec{x} et \vec{y} :

$$a + \lambda.\cos\beta - L.\cos\alpha = 0$$

$$b + \lambda.\sin\beta - L.\sin\alpha = 0$$

Q15 :

$$\{V_{3/4}\}_B = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ -\dot{\lambda}.\vec{x}_3 \end{Bmatrix} \text{ pb plan et la liaison 3/4 est un pivot glissant d'axe } (B, \vec{x}_3) \text{ et } \overrightarrow{V_{B,3/4}} = \left[\frac{d\overrightarrow{CB}}{dt} \right]_4 = -\dot{\lambda}.\vec{x}_3$$

$$\{V_{2/4}\}_C = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} + \overrightarrow{\Omega_{1/3}} + \overrightarrow{\Omega_{3/4}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (\dot{\alpha} - \dot{\beta}).\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad \text{la liaison 2/4 est un pivot d'axe } (C, \vec{z})$$

$$\{V_{2/1}\}_A = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad \text{la liaison 2/1 est un pivot d'axe } (A, \vec{z})$$

$$\{V_{3/1}\}_B = \begin{Bmatrix} \dot{\beta}.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad \text{la liaison 3/1 est un pivot d'axe } (B, \vec{z})$$

Q16 : Fermeture cinématique en C :

$$\{V_{4/3}\}_C + \{V_{3/1}\}_C + \{V_{1/2}\}_C + \{V_{2/4}\}_C = \{\vec{0}\}$$

Equation de vitesse :

$$\overrightarrow{V_{C,4/3}} + \overrightarrow{V_{C,3/1}} - \overrightarrow{V_{C,2/1}} + \overrightarrow{V_{C,2/4}} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{V_{C,2/4}} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{V_{C,4/3}} = \dot{\lambda}.\vec{x}_3$$

$$\overrightarrow{V_{C,3/1}} = \overrightarrow{V_{B,3/1}} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/1}} = -\dot{\lambda}.\vec{x}_3 \wedge \dot{\beta}.\vec{z} = \dot{\lambda}.\dot{\beta}.\vec{y}_3$$

$$\overrightarrow{V_{C,2/1}} = \overrightarrow{V_{A,2/1}} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = -L.\vec{x}_2 \wedge \dot{\alpha}.\vec{z} = L.\dot{\alpha}.\vec{y}_2$$

Fermeture :

$$\dot{\lambda}.\vec{x}_3 + \dot{\lambda}.\dot{\beta}.\vec{y}_3 - L.\dot{\alpha}.\vec{y}_2 = \vec{0}$$

On projette sur \vec{x}_3 :

$$\dot{\lambda} - L.\dot{\alpha}.\cos\left(\frac{\pi}{2} - (\beta - \alpha)\right) = 0$$

$$\dot{\alpha} = \frac{\dot{\lambda}}{L.\sin(\beta - \alpha)}$$

Q17 : $\overrightarrow{V_{E,2/1}} = \overrightarrow{V_{A,2/1}} + \overrightarrow{EA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = r.\vec{x}_m \wedge \dot{\alpha}.\vec{z} = -r.\dot{\alpha}.\vec{y}_m = -\frac{r.\dot{\lambda}}{L.\sin(\beta - \alpha)}.\vec{y}_m$

Prépa VAUBAN		Télesiège débrayable Biollay	Cahier Réponses
PTSI	DR7		Prépa DS5

Q18 :

On isole le siège avec 6 personnes :

BAME :

Action de 10 en A : $\{A_{10 \rightarrow S}^A\} = \begin{Bmatrix} X_A \cdot \vec{x} + Y_A \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ Liaison rotule avec simplification plan x,y

Action de 10 en B : $\{A_{10 \rightarrow S}^B\} = \begin{Bmatrix} Y_B \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ Liaison linéaire annulaire d'axe x avec simplification plan x,y

Action de pesanteur en G : $\{A_{pes \rightarrow S}\} = \begin{Bmatrix} -10000 \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

On réduit les torseurs en A :

$$\overrightarrow{M_{A \text{ pes} \rightarrow S}} = \overrightarrow{M_{G \text{ pes} \rightarrow S}} + \overrightarrow{AG} \wedge \overrightarrow{P_S} = (-0,28 \cdot \vec{x} - L \cdot \vec{y}) \wedge -10000 \cdot \vec{y} = 2800 \cdot \vec{z}$$

$$\overrightarrow{M_{A \text{ 10} \rightarrow S}^B} = \overrightarrow{M_{B \text{ 10} \rightarrow S}^B} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{R_{10 \rightarrow S}^B} = 0,05 \cdot \vec{x} \wedge Y_B \cdot \vec{y} = 0,05 \cdot Y_B \cdot \vec{z}$$

PFS :

Résultante/ \vec{x} : $X_A = 0$

Résultante/ \vec{y} : $Y_A + Y_B - 10000 = 0$

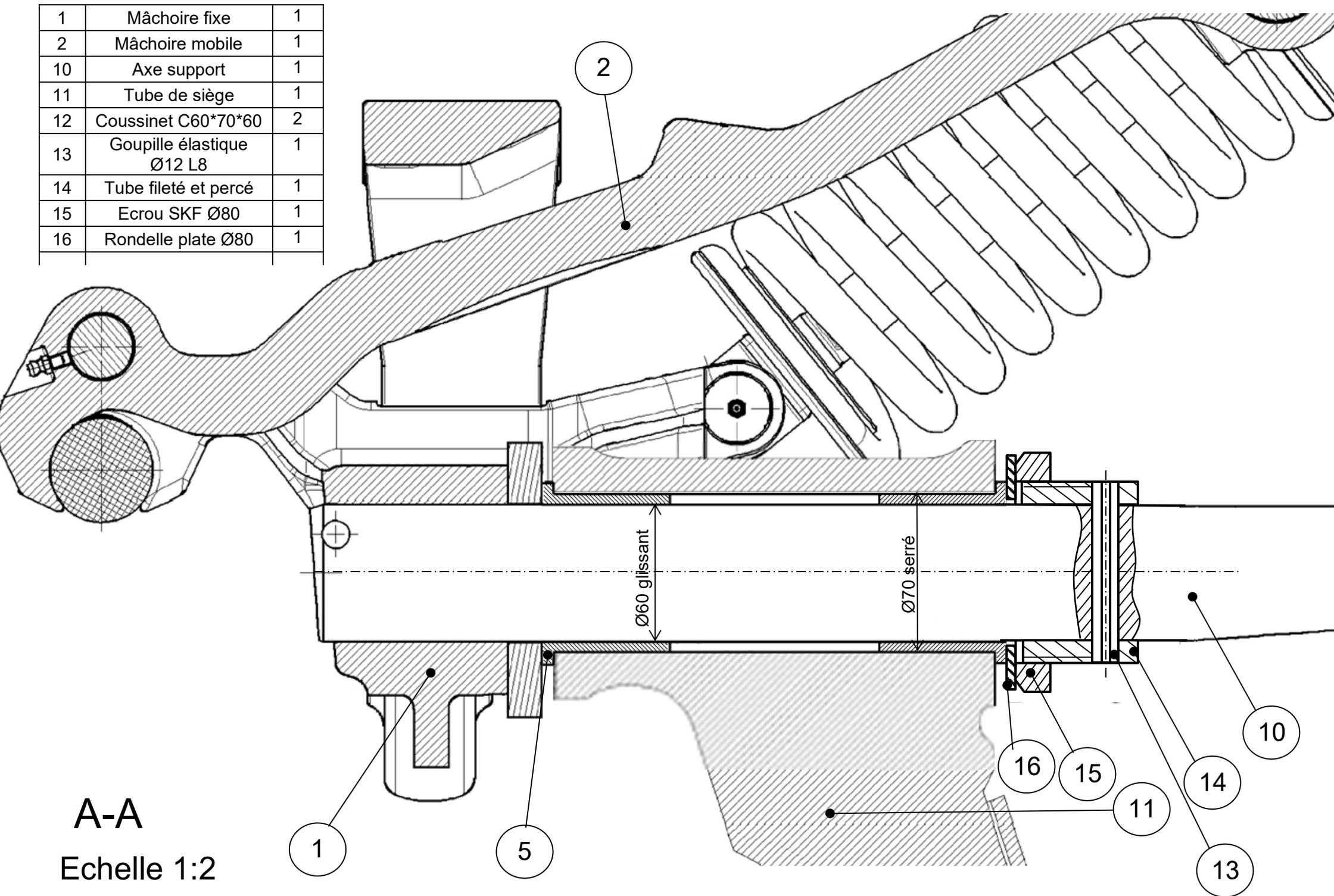
Moment/ \vec{z} : $2800 + 0,05 \cdot Y_B = 0$

Résolution :

$$Y_B = -\frac{2800}{0,05} = -56000N$$

$$Y_A = -Y_B + 10000 = 66000$$

1	Mâchoire fixe	1
2	Mâchoire mobile	1
10	Axe support	1
11	Tube de siège	1
12	Coussinet C60*70*60	2
13	Goupille élastique Ø12 L8	1
14	Tube fileté et percé	1
15	Ecrou SKF Ø80	1
16	Rondelle plate Ø80	1



A-A
Echelle 1:2