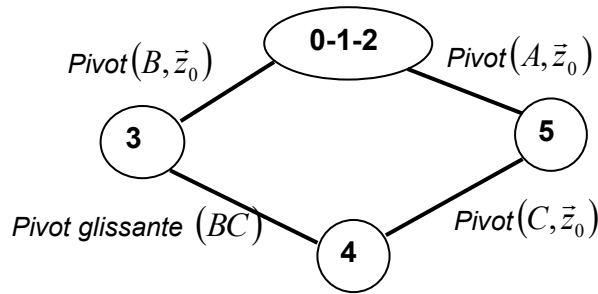


Prépa VAUBAN		Echelle EPAS	CORRIGE	
PTSI	P1/4		Prépa DS5	2h

Q1 :



Q2 : $\overrightarrow{V_{D,5/0}} = \overrightarrow{V_{A,5/0}} + \overrightarrow{DA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{5/0}} = -H \cdot \vec{x}_5 \wedge \vec{z}_0 = H \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_5$

Q3 : $\{V_{5/0}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$ car 5/0 pivot A, $\vec{z}_0$ $\{V_{3/0}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$ car 3/0 pivot B, $\vec{z}_0$
 $\{V_{4/3}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ v \cdot \vec{y}_3 \end{Bmatrix}_C$ car 4/3 p. glissant $\overrightarrow{BC}$ $\{V_{5/4}\} = \begin{Bmatrix} (\dot{\theta} - \dot{\beta}) \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C$ car 5/4 pivot C, $\vec{z}_0$

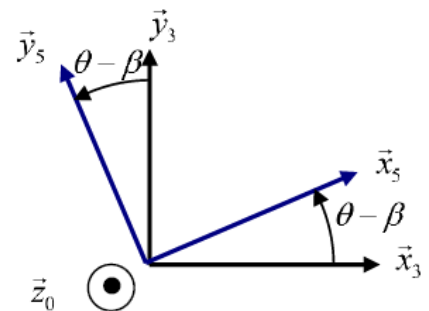
Q4 : Ecriture de la fermeture cinématique en C :

$${}_C\{V_{5/0}\} = {}_C\{V_{5/4}\} + {}_C\{V_{4/3}\} + {}_C\{V_{3/0}\}$$

Détails du calcul des vecteurs vitesses en C :

- $\overrightarrow{V_{C,5/0}} = \overrightarrow{V_{A,5/0}} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{5/0}} = -c \cdot \vec{x}_5 \wedge \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0 = c \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_5$
- $\overrightarrow{V_{C,3/0}} = \overrightarrow{V_{B,3/0}} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/0}} = -\lambda \cdot \vec{y}_3 \wedge \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 = -\lambda \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{x}_3$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0 \\ c \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_5 \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} (\dot{\theta} - \dot{\beta}) \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C + \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ v \cdot \vec{y}_3 \end{Bmatrix}_C + \begin{Bmatrix} \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 \\ -\lambda \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{x}_3 \end{Bmatrix}_C$$



D'où : $c \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_5 = v \cdot \vec{y}_3 - \lambda \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{x}_3$, soit le résultat en projetant sur $\vec{y}_3$:

$$v = c \cdot \dot{\theta} \cdot \frac{(\vec{y}_5 \cdot \vec{y}_3)}{\cos(\theta - \beta)} = c \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\theta - \beta)$$

Q5 : $\overrightarrow{O_0B} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AO_0} = \vec{0}$, soit : $b \cdot \vec{x}_0 + \lambda \cdot \vec{y}_3 - c \cdot \vec{x}_5 - a \cdot \vec{y}_0 = \vec{0}$

En projection respectivement sur $\vec{x}_0$ et sur $\vec{y}_0$:

$$\begin{cases} b - \lambda \cdot \sin \beta - c \cdot \cos \theta = 0 \\ \lambda \cdot \cos \beta - c \cdot \sin \theta - a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda \cdot \sin \beta = b - c \cos \theta \\ \lambda \cdot \cos \beta = a + c \sin \theta \end{cases}$$

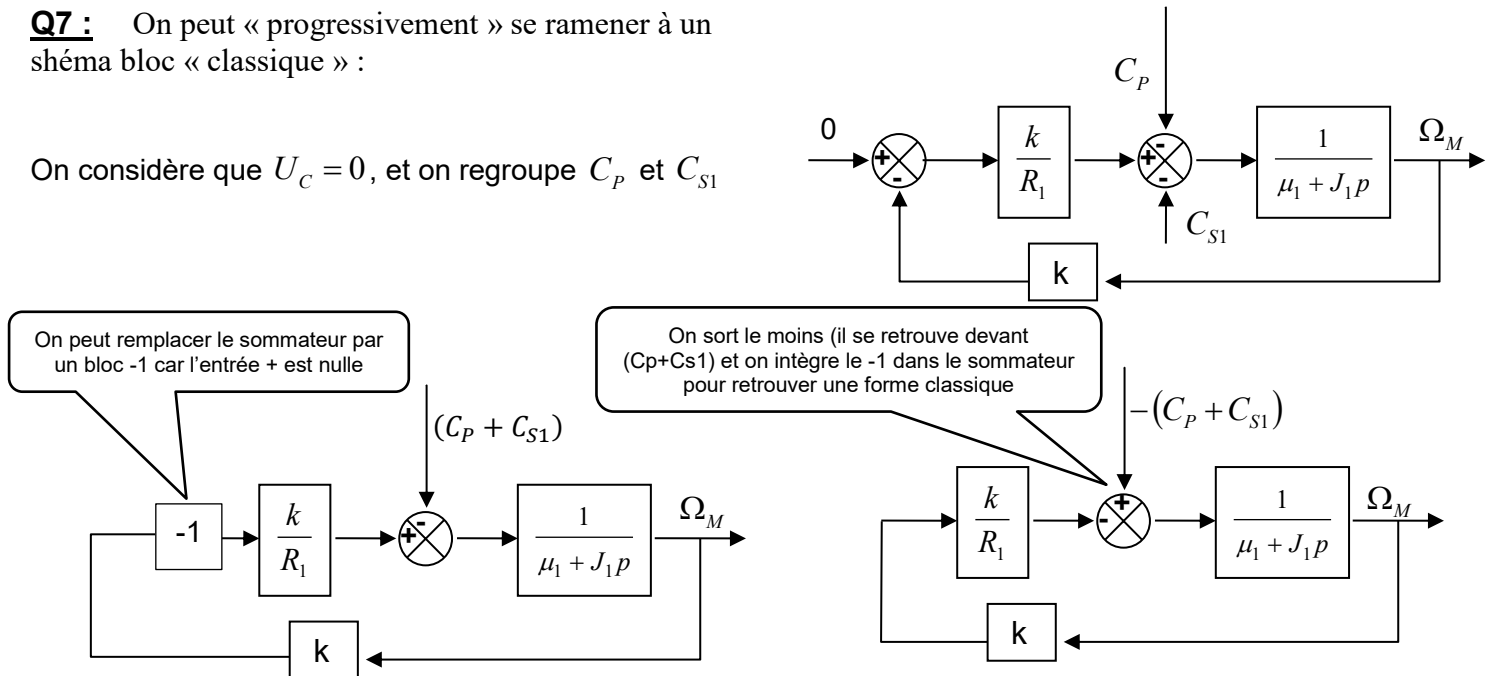
d'où $\tan \beta = \frac{b - c \cdot \cos \theta}{a + c \cdot \sin \theta}$

Prépa VAUBAN		Echelle EPAS	CORRIGE	
PTSI	P2/4		Prépa DS5	2h

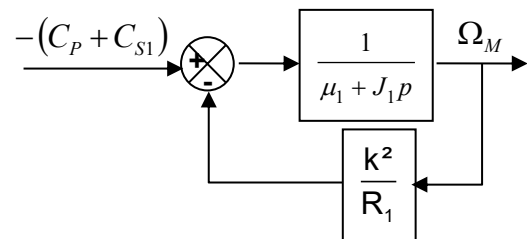
Q6 :
$$H_0(p) = \frac{\Omega_M(p)}{U_C(p)} = \frac{\frac{k}{R_1 \cdot (\mu_1 + J_1 \cdot p)}}{1 + \frac{k^2}{R_1 \cdot (\mu_1 + J_1 \cdot p)}} = \frac{k}{k^2 + R_1 \cdot (\mu_1 + J_1 \cdot p)} = \frac{\frac{k}{k^2 + R_1 \cdot \mu_1}}{1 + \frac{R_1 \cdot J_1}{k^2 + R_1 \cdot \mu_1} \cdot p}$$

Q7 : On peut « progressivement » se ramener à un schéma bloc « classique » :

On considère que $U_C = 0$, et on regroupe C_P et C_{S1}



Ce qui se présente sous forme « classique » :



D'où la fonction de transfert ou transmittance en boucle fermée demandée :

$$\frac{\Omega_M(p)}{-(C_P + C_{S1})} = \frac{\frac{1}{(\mu_1 + J_1 \cdot p)}}{1 + \frac{k^2}{R_1 \cdot (\mu_1 + J_1 \cdot p)}} = \frac{R_1}{k^2 + R_1 \cdot (\mu_1 + J_1 \cdot p)} = \frac{\frac{R_1}{k^2 + R_1 \cdot \mu_1}}{1 + \frac{R_1 \cdot J_1}{k^2 + R_1 \cdot \mu_1} \cdot p}$$

$$H_1(p) = \frac{\Omega_M(p)}{(C_P + C_{S1})} = - \frac{\frac{R_1}{k^2 + R_1 \cdot \mu_1}}{1 + \frac{R_1 \cdot J_1}{k^2 + R_1 \cdot \mu_1} \cdot p}$$

Q8 : Mise sous forme canonique de la fonction sans retard $G(p) = \frac{\theta_s}{\theta_c} = \frac{3,24}{p^2 + 3,24p + 3.24} = \frac{1}{1+p + \frac{p^2}{1,8^2}}$.

On identifie donc un second ordre de gain unitaire, de pulsation propre $\omega_0 = 1,8 \text{ rad.s}^{-1}$, de facteur d'amortissement tel que $\frac{2z}{\omega_0} = 1$, soit $z = 0,9$

Q9 : Avec l'abaque et la valeur de z , on trouve :

$$T_{rr} = T_{r5\%} \cdot \omega_0 = 4$$

$$T_{r5\%} = \frac{4}{\omega_0} = \frac{4}{1,8} = 2,22s$$

Q10 :

$$\varepsilon = \beta_{ref} - \beta = \beta_{ref} \cdot (1 - H_{BF}(p)) \quad \text{ou encore :}$$

$$\varepsilon = \beta_{ref} - \varepsilon \cdot H_{BO}(p) = \frac{\beta_{ref}}{(1 + H_{BO}(p))}$$

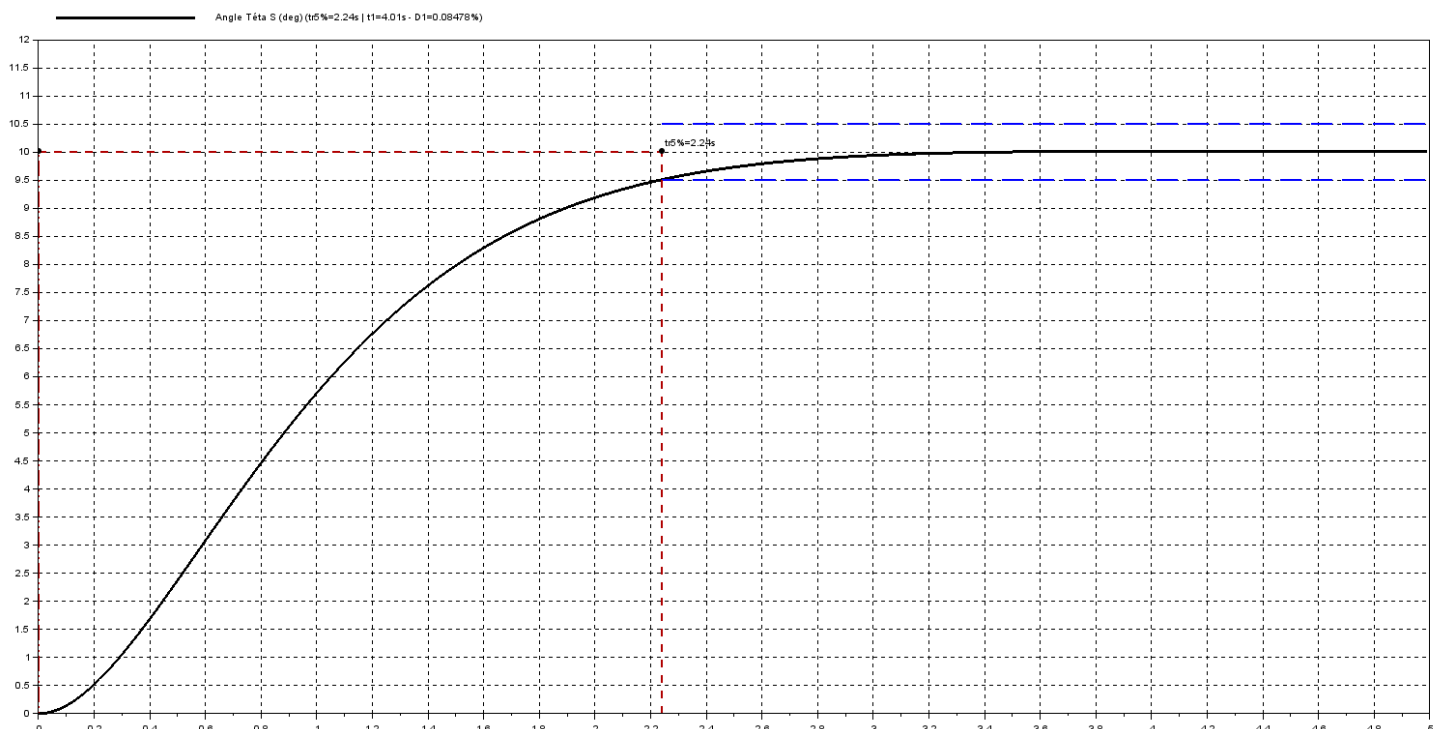
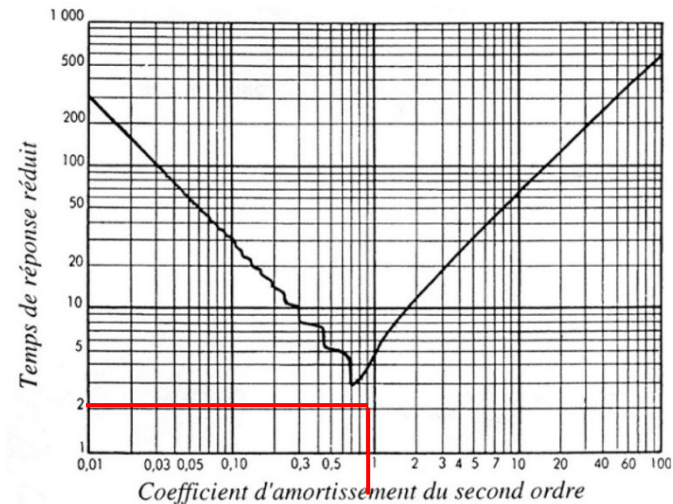
Th. Valeur finale :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_S(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon_S(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{\theta_c}{p} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + p + \frac{p^2}{1,8^2}} \right) = 0$$

L'écart statique est bien nul quel que soit l'angle de consigne, le système est précis en position

Q11 : Allure de la réponse temporelle :

- Tangente à l'origine nulle car 2nd ordre
- Quasiment pas de dépassement car $z=0,9$
- Erreur statique nulle donc tangente horizontale à 10°
- Tr5%=2,22s donc la courbe passe par le point (2,22 9,5)



Prépa VAUBAN		Echelle EPAS	CORRIGE	
PTSI	P4/4		Prépa DS5	2h

Q12 :

Th. Valeur finale avec une entrée rampe :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_t(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon_t(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{0,1}{p^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + p + \frac{p^2}{1,8^2}} \right) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{0,1}{p} \cdot \left(\frac{1 + p + \frac{p^2}{1,8^2} - 1}{1 + p + \frac{p^2}{1,8^2}} \right)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_t(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon_t(p) = \lim_{p \rightarrow 0} 0,1 \cdot \left(\frac{1 + \frac{p}{1,8^2}}{1 + p + \frac{p^2}{1,8^2}} \right) = 0,1 rad$$