

# Chapitre 21 : Espaces vectoriels de dimension finie - Bilan

## Bilan des définitions à connaître

- Espace vectoriel de dimension finie
- Dimension d'un espace vectoriel de dimension finie
- Rang d'une famille de vecteurs
- Rang d'une application linéaire
- Espaces vectoriels isomorphes

## Bilan des méthodes à maîtriser

- Savoir trouver une base d'un espace vectoriel de dimension finie à l'aide du théorème de la base extraite
- Connaître les dimensions des espaces vectoriels de référence
  - $\mathbb{K}^n$
  - $\mathbb{K}_n[X]$
  - $\mathcal{M}_{np}(\mathbb{K})$
  - Ensemble des solutions d'une EDL1 ou 2 (et analogue pour les suites récurrentes linéaires).
  - $\mathcal{L}(E, F)$  où  $E$  et  $F$  sont de dimensions finies.
- Savoir calculer la dimension d'un espace vectoriel de dimension finie
  - Soit en reconnaissant un espace vectoriel de référence
  - Soit en trouvant une base
- Savoir montrer qu'une famille de  $n$  vecteurs d'un ev de dimension  $n$  est une base soit en montrant qu'elle est libre, soit en montrant qu'elle est génératrice.
- Savoir utiliser la formule de Grassmann (ou théorème des quatre dimensions)
- Savoir trouver un supplémentaire d'un sev à l'aide de la dimension
- Savoir calculer le rang d'une famille de vecteurs à l'aide de la méthode du pivot de Gauss
  - Connaître et maîtriser les conséquences du rang d'une famille de vecteurs sur le caractère libre ou génératrice de la famille.
- Savoir calculer le rang d'une application linéaire
  - Connaître et maîtriser les conséquences du rang d'une application linéaire sur son caractère injectif, surjectif, bijectif
- Si  $E = E_1 \oplus E_2$ , savoir décrire une application linéaire définie sur  $E$  en la définissant sur  $E_1$  et sur  $E_2$
- Savoir calculer l'image d'une application linéaire
- Savoir calculer le noyau d'une application
  - Savoir montrer qu'une application linéaire est injective à l'aide du noyau
- Savoir calculer une puissance d'endomorphisme
- Savoir montrer que qu'un endomorphisme est une projection (ou une symétrie) et déterminer ses éléments caractéristiques
- Connaître le principe de résolution d'une équation linéaire
- Théorèmes du rang (version géométrique et algébrique)
  - Savoir utiliser le théorème du rang pour calculer facilement le rang, ou la dimension du noyau