

Devoir surveillé n° 8. Mécanique. Chimie. Thermodynamique. Optique.
PTSI1. 6 mai 2023. 4 heures.

Les portables, les calculatrices ainsi que tous les documents sont interdits.

Toute communication entre élèves est interdite.

On tiendra compte de la présentation et de la rédaction pour la notation: On prendra soin de laisser quelques lignes en début de copie, ainsi qu'une marge pour la notation, de souligner les titres, d'encadrer les résultats, de numéroté les questions, de mettre les unités après les applications numériques, de numéroté les copies et d'indiquer le nombre de copies.

On donne : $\pi \approx 3,14 \approx 3$; $\pi^2 \approx 10$. $\log 2 \approx 0,3$. $\sqrt{2} = 1,4$. $4^{-1/3} = 0,6$.

Problème n° 1. Optique géométrique : Réglage d'un appareil photographique

Dans une version simplifiée, un appareil photographique est modélisé par une lentille (l'objectif) mince convergente $\mathcal{L}$, de vergence $V = 10 \delta$, à la distance de laquelle se trouve un écran (l'élément photosensible).

Les distances sont algébriques, le sens positif étant celui de la lumière incidente. Dans tout l'exercice, on admet que les conditions de Gauss sont satisfaites.

1. À quelle distance de la lentille doit se trouver l'écran si on veut photographier des objets très éloignés ?
2. Après avoir effectué la mise au point à l'infini, on souhaite photographier un objet A_o , supposé ponctuel, situé sur l'axe optique à 4,10 m de la lentille. Dans quel sens, et de quelle distance, faut-il déplacer l'écran afin de réaliser la mise au point ?
3. La construction de l'appareil impose une distance maximale entre la lentille et l'écran de 10,5 cm. À quelle distance minimale d_m de la lentille doit se trouver A_o pour que celle-ci en donne une image nette A_i sur l'écran ?
4. Pour caractériser la profondeur de champ de cet appareil, on tolère que l'image sur l'écran ne soit pas ponctuelle, mais forme une tache de diamètre D_t (Fig. 1). La tolérance recherchée ici s'obtient en considérant les objets A_o et A'_o , situés sur l'axe optique, dont les images conjuguées, respectivement A_i et A'_i , fixent la valeur de D_t (Fig. 1). Sur cette figure, D_o désigne le diamètre de la lentille et e la distance maximale à laquelle on peut éloigner l'écran au-delà du foyer image de la lentille.

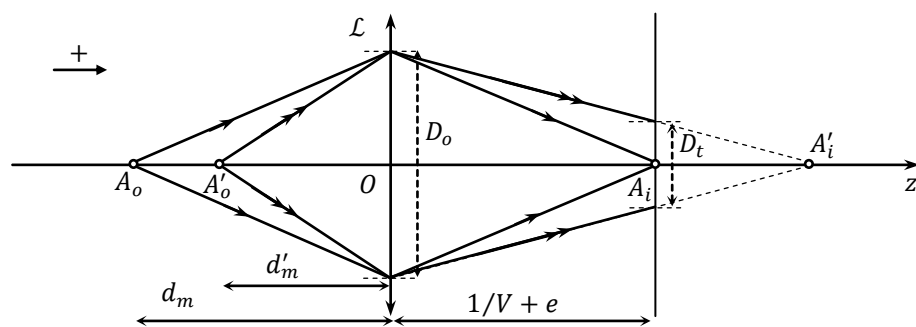


Fig. 1 – Modélisation d'un appareil photographique

Déterminer, en fonction de D_o , D_t , V et e l'expression de la distance $\overline{A_i A'_i}$.

5. En déduire l'expression de d'_m en fonction de D_o , D_t , V et e .
6. Comment varie d'_m si on diminue D_o ? Le justifier.

Problème 2. Thermodynamique Les deux parties sont indépendantes.

On rappelle que la variation d'entropie subie par n moles d'un gaz parfait entre l'état i et l'état j peut se mettre sous forme : $\Delta S_{ij} = C_v \ln \left(\frac{T_j}{T_i} \right) + nR \ln \left(\frac{V_j}{V_i} \right) = C_p \ln \left(\frac{T_j}{T_i} \right) - nR \ln \left(\frac{p_j}{p_i} \right)$.

Partie A: Transformations thermodynamiques du diazote

Une quantité de n moles de diazote, gaz supposé parfait, subit, successivement, les transformations thermodynamiques suivantes :

- T1 : une transformation adiabatique réversible de l'état initial E_i (température T_i , pression p_i) à l'état E' (température T' , pression $p_i(1 + \varepsilon)$) ;
- T2 : une transformation isobare de l'état E' à l'état final E_f (température $T_f = T_i$, pression p_f).

On note :

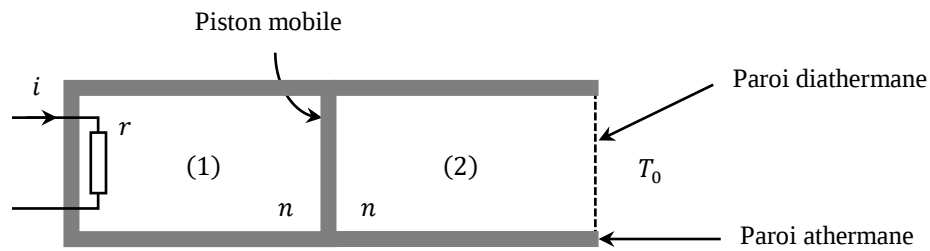
- V_i, V' et V_f les volumes occupés par le gaz dans les états E_i, E' et E_f respectivement ;
- γ le rapport $\frac{C_p}{C_v}$ des capacités thermiques du gaz à pression constante (C_p) et volume constant (C_v) ;
- $R \approx 8 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ la constante des gaz parfaits.

1. Représenter les transformations sur un diagramme de Clapeyron (P,V), ε étant positif.
2. Quelles sont, en fonction de V_i, ε et γ , les expressions de V' et de V_f ?
3. Donner l'expression de T' en fonction de T_i, ε et γ .
4. Déterminer le travail (algébrique) $W_{E_i E'}$ reçu par le gaz au cours de la transformation T1, en fonction de p_i, V_i, ε et γ .
5. Déterminer le travail (algébrique) $W_{E' E_f}$ reçu par le gaz au cours de la transformation T2, en fonction de p_i, V_i, ε et γ .
6. Après avoir donné l'expression de la variation d'énergie interne ΔU entre les états E_i et E_f , déterminer la chaleur, ou transfert thermique (algébrique), Q , reçue par le gaz au cours de la série de transformations qui l'amène de E_i à E_f .
7. Que deviennent les expressions du travail total $W = W_{E_i E'} + W_{E' E_f}$ et de Q si $\varepsilon \ll 1$?
8. On considère que, pendant T2, le gaz est en contact thermique avec un thermostat à la température T_i . Déterminer l'expression de la variation d'entropie et de l'entropie d'échange pour le gaz entre E_i et E_f . En déduire l'expression de la création d'entropie pour l'ensemble des deux transformations. Que devient la création d'entropie si $\varepsilon \ll 1$? Commentez ce résultat.

Partie B: Compartiments séparés par un piston

Deux gaz, supposés parfaits, sont enfermés dans deux compartiments (1) et (2) séparés par un piston mobile athermane (on dit aussi calorifugé) qui coulisse sans frottement. Le compartiment (1) est entièrement calorifugé tandis que le compartiment (2) peut échanger de l'énergie par chaleur (transfert thermique) avec le milieu extérieur, assimilé à un thermostat de température T_0 , à travers une paroi diathermane (non calorifugée).

Les deux compartiments contiennent chacun n moles de gaz et sont, dans l'état initial, à la température T_0 . Le volume total des deux compartiments est $V_t = 2V_0$, V_0 désignant les volumes, initialement égaux, de chacun des deux compartiments.



À un instant pris comme origine temporelle, le compartiment (1) reçoit de la chaleur par l'intermédiaire d'un résistor (résistance r) alimenté pendant une durée τ , par un générateur qui délivre un courant d'intensité i constante.

L'état final est l'état d'équilibre thermodynamique du système qui succède à ce chauffage. On le caractérise par les variables d'état p_k, V_k et T_k qui représentent les pressions, volumes et températures des compartiments (k) où $k = 1$ ou 2 . On note R la constante des gaz parfaits et $\gamma = \frac{c_{pm}}{c_{vm}}$ le rapport de la capacité thermique molaire à pression constante sur la capacité thermique molaire à volume constant, identique pour les gaz des deux compartiments.

1. Exprimer V_1 et V_2 en fonction de T_0, T_1 et V_0 .
2. Exprimer P_1 et P_2 en fonction de n, R, T_0, T_1 et V_0 .
3. Déterminer la variation d'énergie interne ΔU entre l'état initial et l'état final du système constitué par les deux gaz n, R, T_0, T_1 et γ (on indique que ΔU est la somme des variations des énergies internes des deux gaz, entre l'état initial et final).
4. On note W_2 et Q_2 le travail et la chaleur (transfert thermique) algébriquement reçus par le gaz du compartiment (2) entre l'état initial et l'état final. On supposera la transformation réversible. Exprimer W_2 et Q_2 en fonction de n, R, T_0 et T_1 .
5. On note Q_1 la chaleur (transfert thermique) et W_1 le travail algébriquement reçus par le gaz du compartiment (1) entre l'état initial et l'état final. Déterminer Q_1 et W_1 en fonction n, R, γ, T_0 et T_1 .
6. On note $S_2^{(r)}$ l'entropie algébriquement reçue et $S_2^{(c)}$ l'entropie algébriquement créée, entre l'état initial et l'état final, pour le gaz situé dans le compartiment (2). Exprimer $S_2^{(r)}$ et $S_2^{(c)}$ en fonction n, R, γ, T_0 et T_1 .

Problème n° 3. Mécanique.

Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Masse du container : $m_0 = 4\,500 \text{ kg}$

Masse totale des deux voitures : $m = 3\,000 \text{ kg}$

Diamètre des roues : $d = 20 \text{ pouces}$ (1 pouce = 2,5 cm)

Empattement : $2b = 2,7 \text{ m}$

Hauteur du centre de masse et du filin : $h = 0,5 \text{ m}$

Coefficient de frottement métal/bitume : $f_0 = 0,4$

Coefficient de frottement caoutchouc/bitume : $f = 1,0$

Vitesse lors de cette course poursuite : $V = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

1 cheval-vapeur (unité de puissance) : $1 \text{ ch} \approx 750 \text{ W}$



Le container métallique de masse m_0 est traîné par deux voitures de course. On suppose leur vitesse V constante dans le référentiel de la ville supposé galiléen. On néglige les frottements de l'air.

Les voitures sont des tractions-avant avec des roues munies de pneus en caoutchouc. On note m_1 la masse d'une voiture, d le diamètre de ses roues et J leur moment d'inertie (par rapport à leurs axes de symétrie respectifs).

On note f_0 le coefficient de frottement solide au contact métal/bitume et f celui au contact caoutchouc/bitume.

L'étude est ramenée à une seule voiture de masse $m = 2m_1$ tirant le container en ligne droite, sur route horizontale (axe Ox). On entend par voiture l'ensemble {carrosserie, roues, moteur, conducteur}.

Le plan (Oxz) , vertical contenant le filin, est plan de symétrie de l'ensemble {voiture, filin, container}. On suppose ainsi que toutes les actions mécaniques sont décrites par des forces coplanaires ramenées dans ce plan. Ainsi, la paire de roues arrière est remplacée par une seule roue au contact avec le bitume en I_1 . Il en est de même pour la paire de roues avant en I_2 et on note $\vec{T} = \Gamma_m \vec{u}_y$ le couple appliqué par le moteur sur celle-ci ($\Gamma_m > 0$).

L'axe Oz du repère est choisi ascendant ; on note $\vec{g} = -g \vec{u}_z$ l'accélération de la pesanteur.

Les réactions exercées par la chaussée sur le container et sur les roues sont décrites :

- pour le container par : $\vec{R}_0 = -T_0 \vec{u}_x + N_0 \vec{u}_z$,
- pour les roues par : $\vec{R}_1 = T_1 \vec{u}_x + N_1 \vec{u}_z$ et $\vec{R}_2 = T_2 \vec{u}_x + N_2 \vec{u}_z$.

Le filin, accroché horizontalement à une hauteur h au-dessus de la chaussée, exerce une force de traction $\vec{F}$ sur le container. Le centre de masse G de la voiture se trouve à la même hauteur h par rapport au sol, sur la médiatrice du segment $[I_1, I_2]$. On donne la valeur de l'empattement $I_1 I_2 = 2b$. Le schéma de l'ensemble {container, filin, voiture} est donné en **figure 1**. Les actions mécaniques subies par le container y sont représentées.

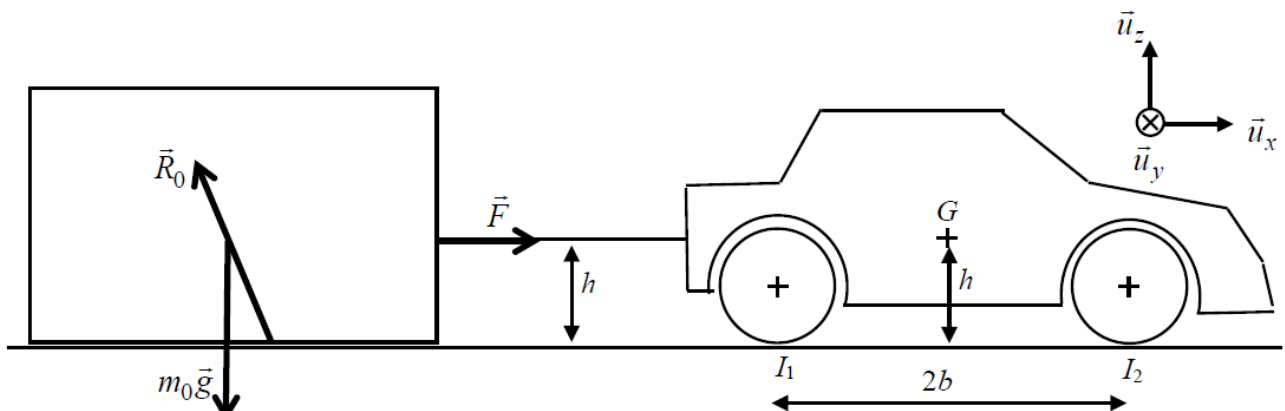


Figure 1 - Schéma de l'ensemble {container, filin, voiture}

- Q1.** Reproduire la **figure 1** et la compléter en indiquant toutes les actions mécaniques extérieures subies par la voiture.
- Q2.** En appliquant le postulat fondamental de la dynamique au container et à l'aide d'une loi sur le frottement solide à préciser, obtenir l'expression de $\vec{F}$ en fonction de f_0 , m_0 , g et $\vec{u}_x$.

On suppose qu'aucune roue ne glisse sur la chaussée. On admet alors que les actions de contact chaussée/roues ne dissipent ni ne fournissent de puissance aux roues.

- Q3.** a) Par l'application d'un théorème énergétique à la voiture, établir la relation entre la puissance de $\vec{F}$ et la puissance $\mathcal{P}_m$ fournie par le moteur.
 b) Calculer $\mathcal{P}_m$ en kilowatt et en cheval-vapeur. Le choix de deux voitures dans cette mise en scène vous semble-t-il réaliste ?
- Q4.** a) Rappeler la loi du moment cinétique scalaire appliquée à un solide en rotation autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen. On précisera tous les termes et notations introduits.
 b) Recenser toutes les actions mécaniques (résultantes ou couples) s'exerçant sur la roue arrière, puis sur la roue avant.
 c) On suppose chaque roue en liaison pivot parfaite avec le reste de la voiture. En appliquant la loi du moment cinétique scalaire à chaque roue en rotation à vitesse angulaire constante dans un référentiel et par rapport à des axes à préciser, montrer que $T_1 = 0$ et que $\Gamma_m = T_2 \frac{d}{2}$.
- Q5.** a) Montrer que $\vec{F} = T_2 \vec{u}_x$.
 b) En déduire Γ_m et faire l'application numérique.
- Q6.** La loi du moment cinétique scalaire appliquée à la voiture par rapport à l'axe $(G, \vec{u}_y)$ permet de montrer que $(N_1 - N_2)b = T_2 h$.
 a) Pourquoi le couple Γ_m n'intervient-il pas dans ce résultat ?
 b) En déduire N_1 et N_2 en fonction de f_0 , h , b , m , m_0 et g .
- Q7.** Les lois de Coulomb sur le frottement solide permettent d'assurer que les roues ne glissent pas sur la chaussée si $|T_k| < f N_k$ avec $k \in \{1, 2\}$.
 a) Quelles roues risquent de glisser ?
 b) Montrer qu'un tractage sans glissement des roues impose une masse maximale tractable $m_{0\max} = m \frac{f}{2f_0 \left(1 + f \frac{h}{2b}\right)}$.
 c) L'application numérique donne $m_{0\max} = 3170 \text{ kg}$. Commenter ce résultat.

Problème 4 : Chimie Les deux parties sont indépendantes.

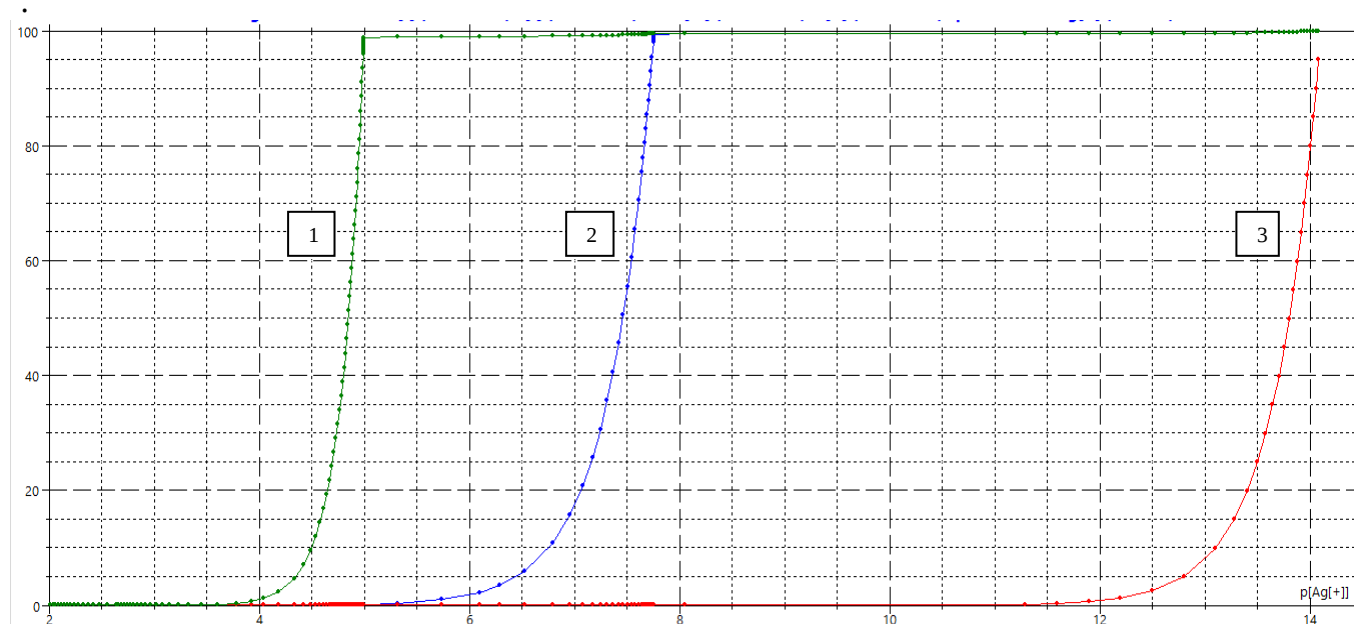
A. Iodure de mercure (II)

L'iodure de mercure $\text{HgI}_{2(s)}$ est un cristal ionique (formé à partir des ions Hg^{2+} et I^-) très peu soluble de produit de solubilité tel que $pK_s=28$.

- 1) Déterminer la solubilité de l'iodure de mercure dans l'eau pure.
- 2) Déterminer la solubilité de l'iodure de mercure dans une solution contenant $10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ d'ion iodure I^- .
- 3) Déterminer la solubilité de l'iodure de mercure dans une solution contenant $10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ d'ion Hg^{2+} .

B. Précipités d'ion Ag^+

L'ion Ag^+ donne des composés ioniques neutres peu solubles avec de nombreux anions. On donne ci-dessous le diagramme de distribution donnant la proportion relative en % des divers anions en solution en fonction de $pAg = -\log[\text{Ag}^+]$. Pour obtenir cette courbe on rajoute sans variation de volume le cation Ag^+ , les anions présents Cl^- , I^- et CrO_4^{2-} étant introduits en concentration $C_0=0,01 \text{ mol.L}^{-1}$.



Sachant que $\text{AgI}_{(s)}$ est le précipité le moins soluble et $\text{Ag}_2\text{CrO}_{4(s)}$ est le précipité le plus soluble, affecter chacune des trois courbes à un anion et en déduire les valeurs des trois produits de solubilité K_{s1} , K_{s2} et K_{s3} .

Problème 4 : Chimie

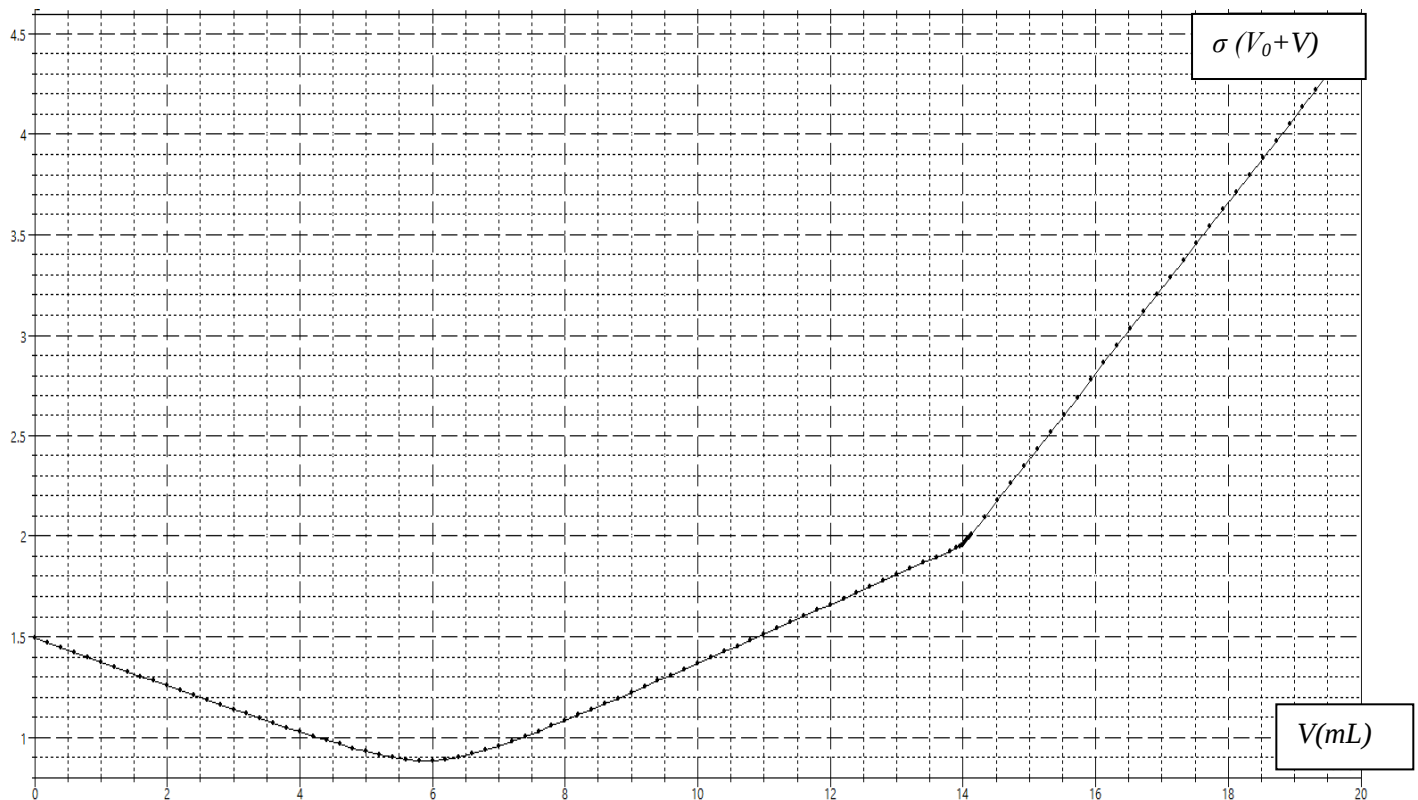
Les deux parties sont indépendantes.

PTSI2

A : titrage d'un mélange de deux basesDonnées à $T=298K$:Constante d'acidité du couple NH_4^+/NH_3 : $K_A=10^{-9,2}$; produit ionique de l'eau : $K_e=10^{-14}$

On dispose d'une solution contenant de la soude (Na^+ , OH^-) de concentration inconnue C_1 et de l'ammoniac NH_3 de concentration inconnue C_2 . Pour déterminer C_1 et C_2 on décide de titrer cette solution par une solution d'acide chlorhydrique (H_3O^+ , Cl^-) de concentration $C=0,01 mol.L^{-1}$.

On commence par diluer la solution 10fois puis on prélève un volume $V_0=10mL$ de la solution diluée que l'on titre ensuite par l'acide chlorhydrique. On suit le titrage par conductimétrie et on obtient la courbe suivante en traçant la conductivité multipliée par le volume total en fonction du volume versé V :



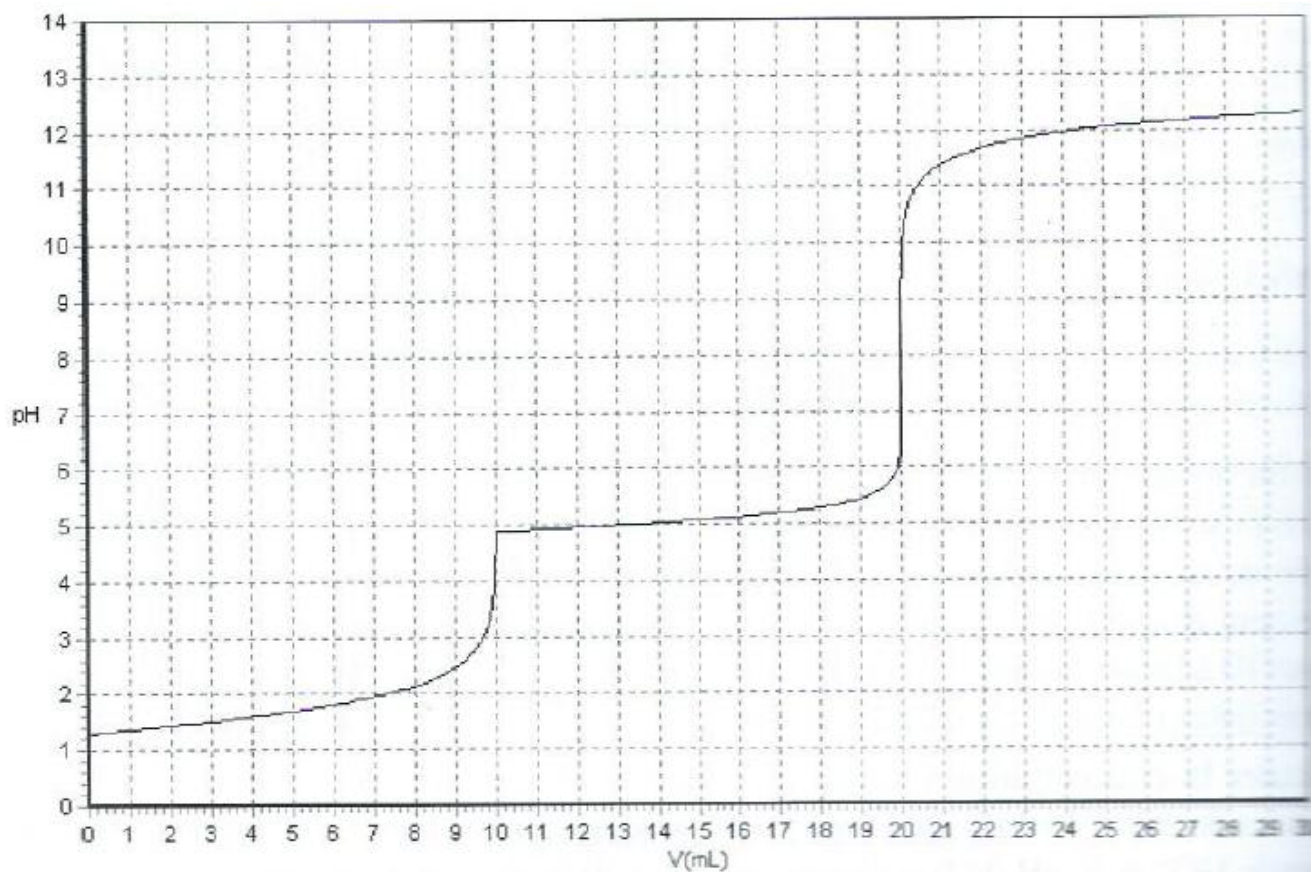
- 1) Ecrire les deux réactions de titrage et déterminer leur constantes d'équilibre. Expliquer pourquoi les réactions sont successives et déterminer dans quel ordre elles s'effectuent.
- 2) Déterminer graphiquement, en expliquant la méthode utilisée, les volumes versés pour arriver à chacune des équivalences.
- 3) Expliquer qualitativement la forme de la courbe sur les divers domaines de V
- 4) Déterminer les relations entre volumes et concentrations aux équivalences
- 5) En déduire les valeurs des concentrations C_1 et C_2 dans la solution d'origine.

B. Titration d'un mélange d'acide nitrique et de nitrate de cuivre (II)

Données à $T=298K$:

Produit de solubilité de $Cu(OH)_{2(s)}$: $K_S=10^{-20}$; produit ionique de l'eau : $K_e=10^{-14}$

On réalise le titrage pH-métrique de $V_0=10\text{mL}$ d'une solution d'acide nitrique ($H_3O^+ + NO_3^-$), acide fort, et de nitrate de cuivre (II) totalement dissous ($Cu^{2+} + 2 NO_3^-$) par de la soude ($Na^+ + OH^-$) de concentration $C=0,10 \text{ mol.L}^{-1}$. La courbe de titrage $pH=f(V)$, où V est le volume de soude versé, est visualisée ci-dessous.



- 1) En analysant la solution, écrire les équations bilans des deux réactions qui ont lieu au cours de ce titrage et calculer leur constante d'équilibre.
- 2) Quel est l'ordre de réalisation des deux réactions précédentes ? Justifier la réponse.
- 3) A partir d'une lecture graphique des volumes équivalents, calculer la concentration C_1 de la solution initiale en acide nitrique et calculer la concentration C_2 de la solution initiale en ions cuivre (II) Cu^{2+} .
- 4) Retrouver par le choix d'un point judicieux de la courbe, la valeur du produit de solubilité de $Cu(OH)_{2(s)}$.