Optique géométriques OG2 Lentilles minces

__Johann Carl Friedrich Gauss__, né en 1777 à Brunswick et mort en 1855 à Göttingen, est un mathématicien, astronome et physicien allemand. Il a apporté de très importantes contributions à ces trois domaines. Surnommé « le prince des mathématiciens », il est considéré comme l'un des plus grands mathématiciens de tous les temps.

La qualité extraordinaire de ses travaux scientifiques était déjà reconnue par ses contemporains. Dès 1856, le roi de Hanovre fit graver des pièces commémoratives avec l'image de Gauss et l'inscription Mathematicorum Principi (« au prince des mathématiciens » en latin). Gauss n'ayant publié qu'une partie de ses découvertes, la postérité découvrit surtout l'étendue de ses travaux lors de la publication de ses Œuvres, de son journal et d'une partie de ses archives, à la fin du XIXe siècle.

Gauss dirigea l'Observatoire de Göttingen et ne travailla pas comme professeur de mathématiques — d'ailleurs il n'aimait guère enseigner — mais il encouragea plusieurs de ses étudiants, qui devinrent d'importants mathématiciens, notamment Gotthold Eisenstein et Bernhard Riemann.

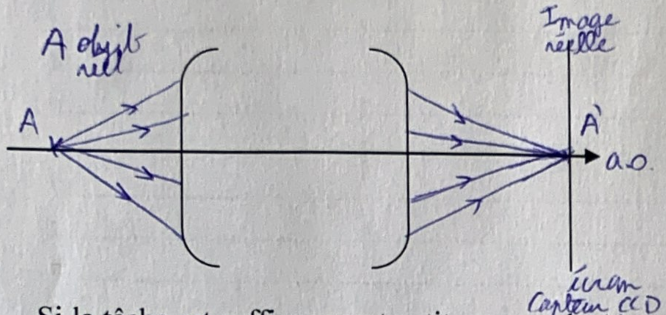
Galaxie M51 photographiée par un amateur avec une lunette astro et un appareil photo numérique

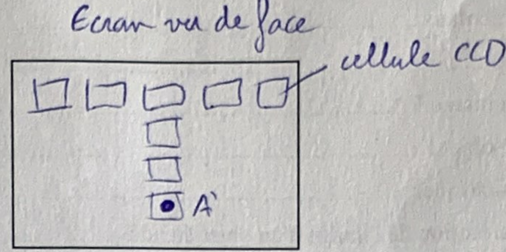
I Conditions de Gauss

1.) Stigmatisme approché :

A point objet, A' point image, A et A' situés sur l'axe optique du système optique (S).

Définition : (S) est dit approximativement stigmatique pour (A, A') si tout rayon lumineux incident passant par A, passe au voisinage de A' après avoir traversé (S). $A \xrightarrow{(S)} A'$





Si la tâche est suffisamment petite autour de A' pour être sur une seule cellule du récepteur (cellule de la rétine ou du photorécepteur), le récepteur voit la tâche comme un point.

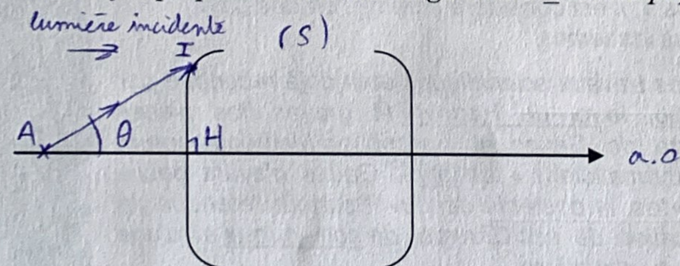
Le système sera approximativement aplanétique, s'il est approximativement stigmatique pour (A, A') et (B, B') et si l'image A'B' de AB, plan et perpendiculaire à l'axe optique, est plane et perpendiculaire à l'axe.

2.) Conditions expérimentales

faiblement inclinés / a.o et proches de l'a.o

Conditions de Gauss : Les rayons sont paraxiaux, c'est-à-dire faiblement inclinés par rapport à l'axe optique et proches de l'axe optique :
- Les angles Θ que font les rayons lumineux avec l'axe optique sont petits.
- Les rayons lumineux frappent la surface près de l'axe optique.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/stigmatisme_lentille.php



Si Θ est petit (*en radian*): $\boxed{\tan\theta \approx \sin\theta \approx \theta}$

En pratique, Θ doit être inférieur à 0,1 radians ou 5 degrés et $HI \leq \frac{f'}{10}$ où f ' est la distance focale de la lentille.

Remarque : Aberrations chromatiques

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/aberration_chromatique.php

II Présentation des lentilles

1.) Définition

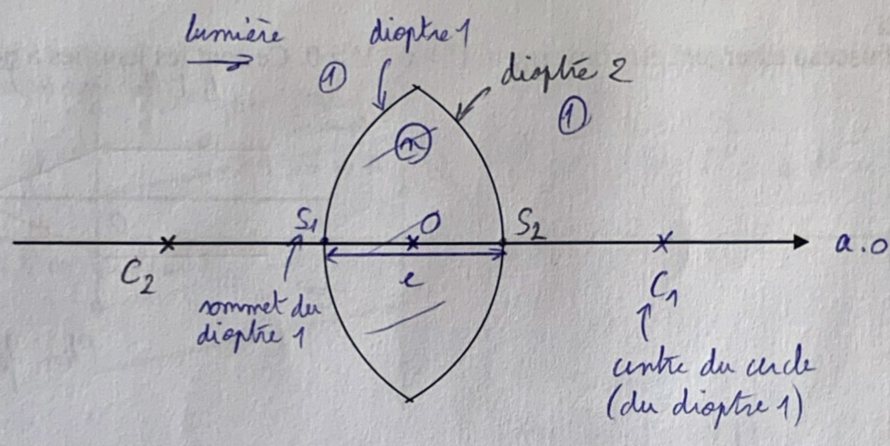
Définition : Une lentille est un système centré résultant de l'association de deux dioptres sphériques (ou un dioptre sphérique et un dioptre plan) délimitant un milieu d'indice n.

Dioptre 1 : $R_1 = \overline{S_1C_1}$ Dioptre 2 : $R_2 = \overline{S_2C_2}$ L'épaisseur de la lentille est $e = S_1S_2$

Une lentille est dite mince si son épaisseur est très petite devant les rayons de courbure des dioptres qui la constituent et devant la distance entre les centres des deux dioptres.
Dans ces conditions, on confondra les sommets S_1 et S_2 en un même point O appelé centre optique de la lentille.

$e \ll |R_1|$ $e \ll |R_2|$ $e \ll C_1C_2$ On a alors $O = S_1 = S_2$

Cas du dessin : $R_1 > 0$ et $R_2 < 0$.



2.) Résultats expérimentaux

On sait que de nombreux appareils d'optique sont formés de lentilles : loupe, verre de lunette, objectif d'appareil photographique.

Les lentilles permettent donc de former des images nettes.

On admet que les lentilles minces vérifient les propriétés de stigmatisme et d'aplanétisme approché dans les conditions de Gauss (rayons paraxiaux).

On peut vérifier expérimentalement que tout rayon incident passant par O traverse la lentille sans déviation, dans les conditions de Gauss.

Rq : En pratique, $\tan\alpha$ et α diffèrent de moins de 1 % si $\alpha < 10°$.

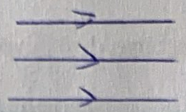
III Foyers

1.) Foyer (principal) image F ' ★★★★

Définition : Un faisceau incident parallèle à l'axe optique émerge après la lentille en passant par un point F ' de l'axe optique, appelé foyer image de la lentille. Distance focale image $f' = \overline{OF'}$ Vergence $V = \frac{1}{f'}$

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/lentille_mince.php

en mètre (m) dioptries ($\delta = m^{-1}$)

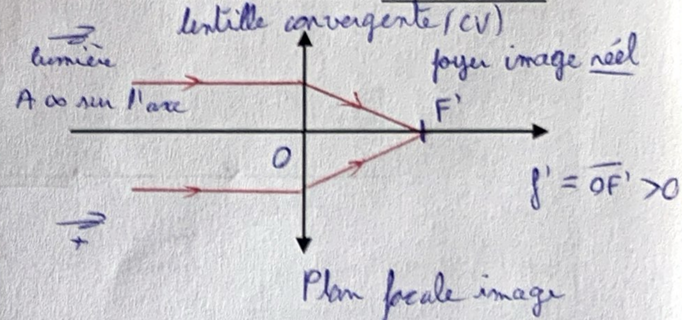


faisceau incident // ⟺ point objet à l'infini

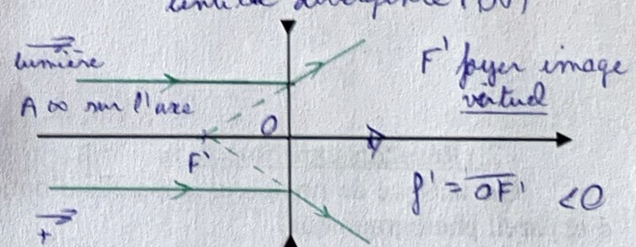
Point objet A à l'infini sur l'axe optique : $\boxed{A\infty \xrightarrow{(L)} F'}$ sur l'axe.

Classification des lentilles

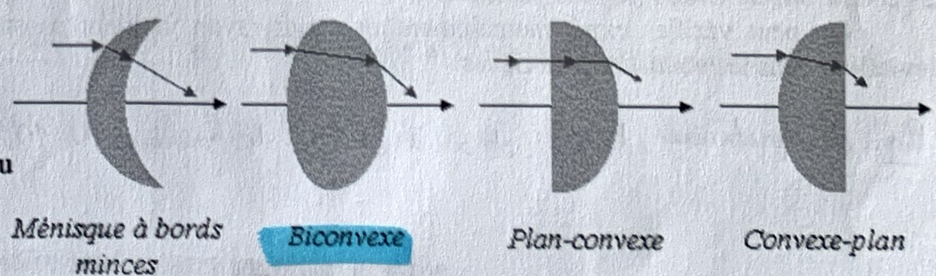
Lentille convergente : le faisceau émergent est convergent. f ' > 0 V > 0. Ce sont les lentilles à bords minces.



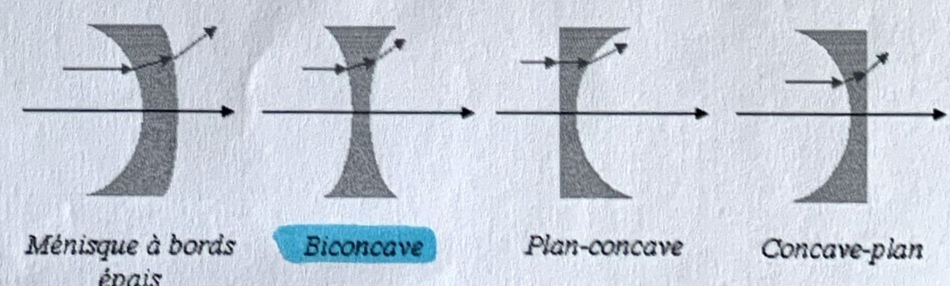
Lentille divergente : le faisceau émergent est divergent. f ' < 0 V < 0. Ce sont les lentilles à bords épais.



Lentilles convergentes :
les bords sont plus minces que le centre.
Elles transforment un faisceau parallèle en faisceau convergent.



Lentilles divergentes :
les bords sont plus épais que le centre.
Elles transforment un faisceau parallèle en faisceau divergent.

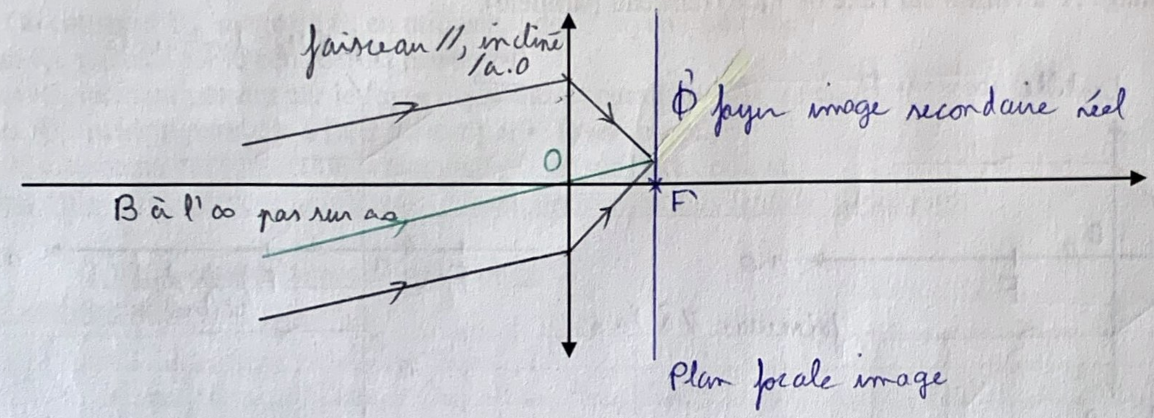


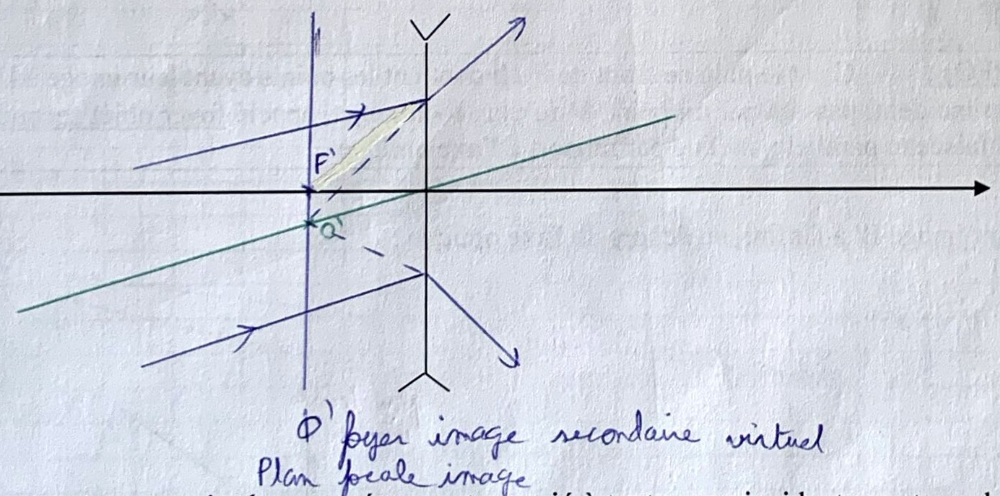
Plan focal image (PFI) C'est le plan de front de F'. Il contient l'image des points situés à l'infini.
Un faisceau incident parallèle, incliné par rapport à l'axe optique, émerge après la lentille en passant par un point Φ' du plan focal image, appelé foyer image secondaire.

Rq : Propriétés d'aplanétisme : un objet AB plan ⊥ a.o. a son image A'B' plane ⊥ a.o.
faisceau incident //, incliné / axe ⇔ point objet B à l'∞ pas sur l'axe.

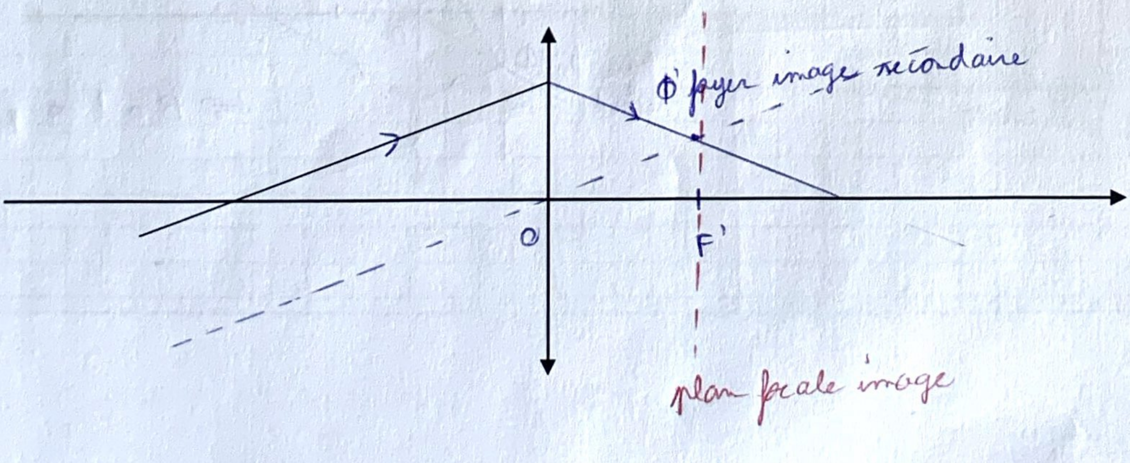
Point objet B à l'infini, en dehors de l'axe optique : $B\infty \overset{(L)}{\rightarrow} \Phi'$

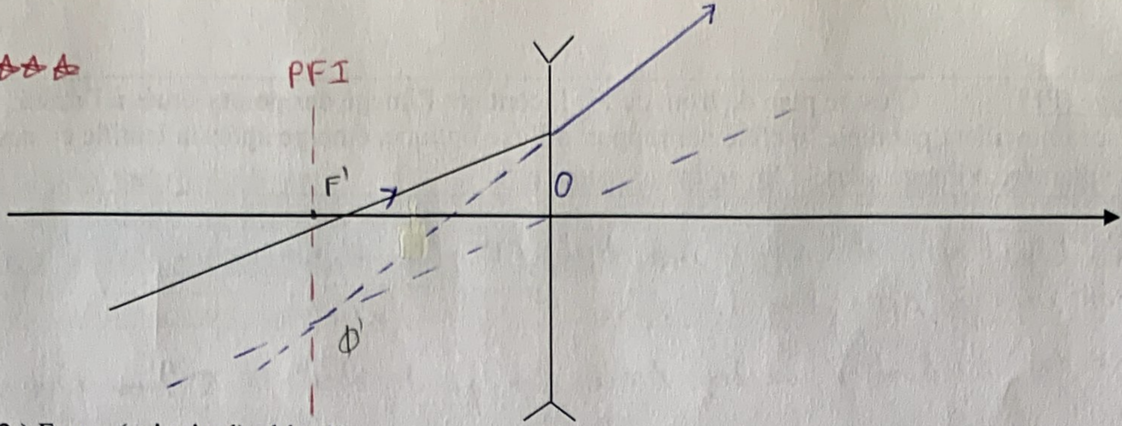
Construction
- un rayon lumineux passant par le centre n'est pas dévié.
- l'objet étant à l'infini, l'image est dans le plan focal image.





Remarque : Permet de construire le rayon émergent associé à tout rayon incident : on trace le rayon lumineux parallèle passant par le centre de la lentille. Il n'est pas dévié et coupe le plan focal image en ϕ'.



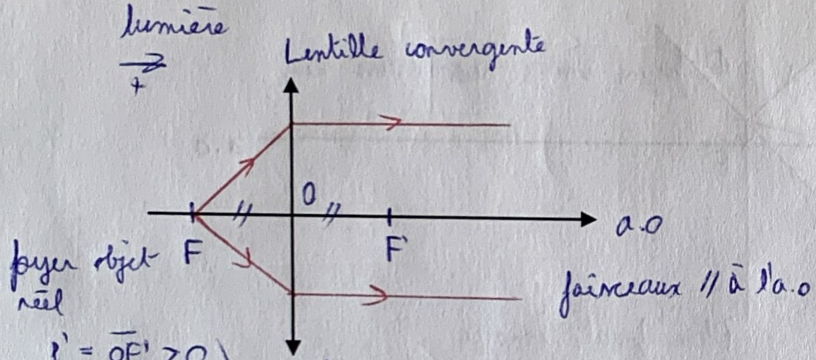


2.) Foyer (principal) objet F

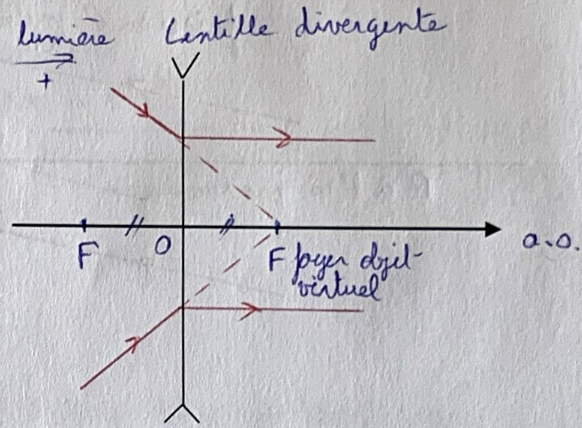
Définition : Un faisceau émergent parallèle à l'axe optique après la lentille est issu du point F de l'axe optique, appelé foyer objet de la lentille. Distance focale objet : $f = \overline{OF}$

Propriété ADMISE : Les foyers sont symétriques par rapport à O. f = - f '

$\boxed{F \xrightarrow{(L)} A'\infty}$ Point image A' à l'infini sur l'axe optique (faisceau parallèle).

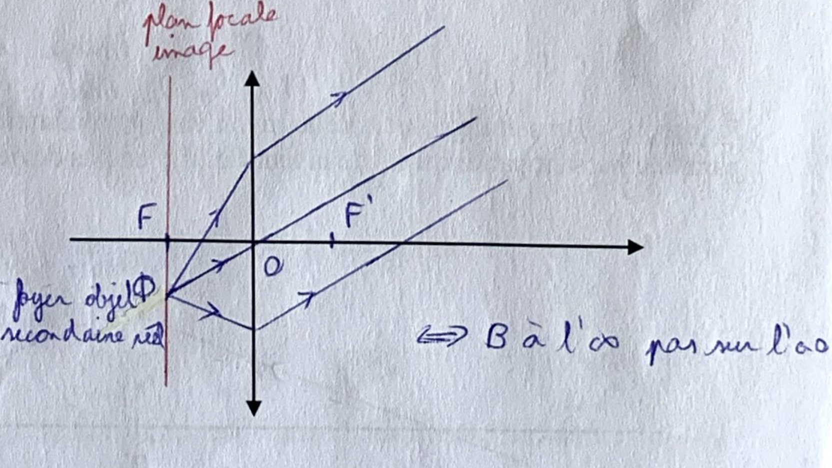


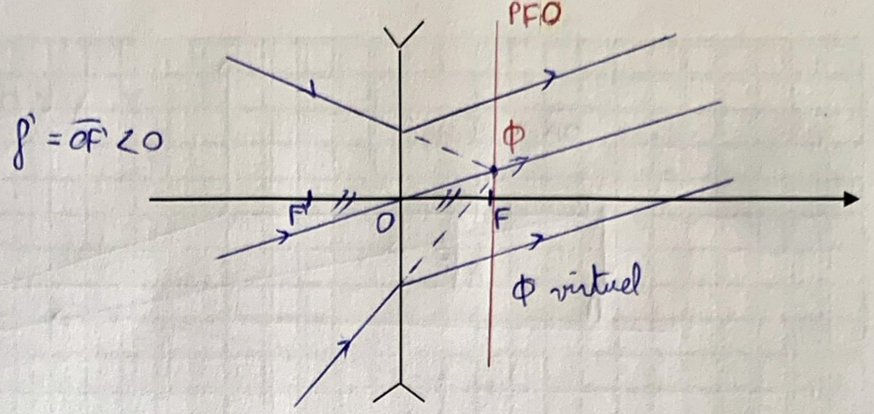
$f' = \overline{OF'} > 0$, $f = \overline{OF} < 0$, $f = -f'$



Plan focal objet (PFO) : C'est le plan de front de F . Il contient les points ayant leur image à l'infini.
Un faisceau incident, passant par un point Φ du plan focal objet, appelé foyer objet secondaire., émerge après la lentille en faisceau parallèle, incliné par rapport à l'axe optique

$\boxed{\Phi \xrightarrow{(L)} B'\infty}$ Point image B' à l'infini, en dehors de l'axe optique :





IV Constructions géométriques

1.) Méthode de construction de l'image d'un objet étendu

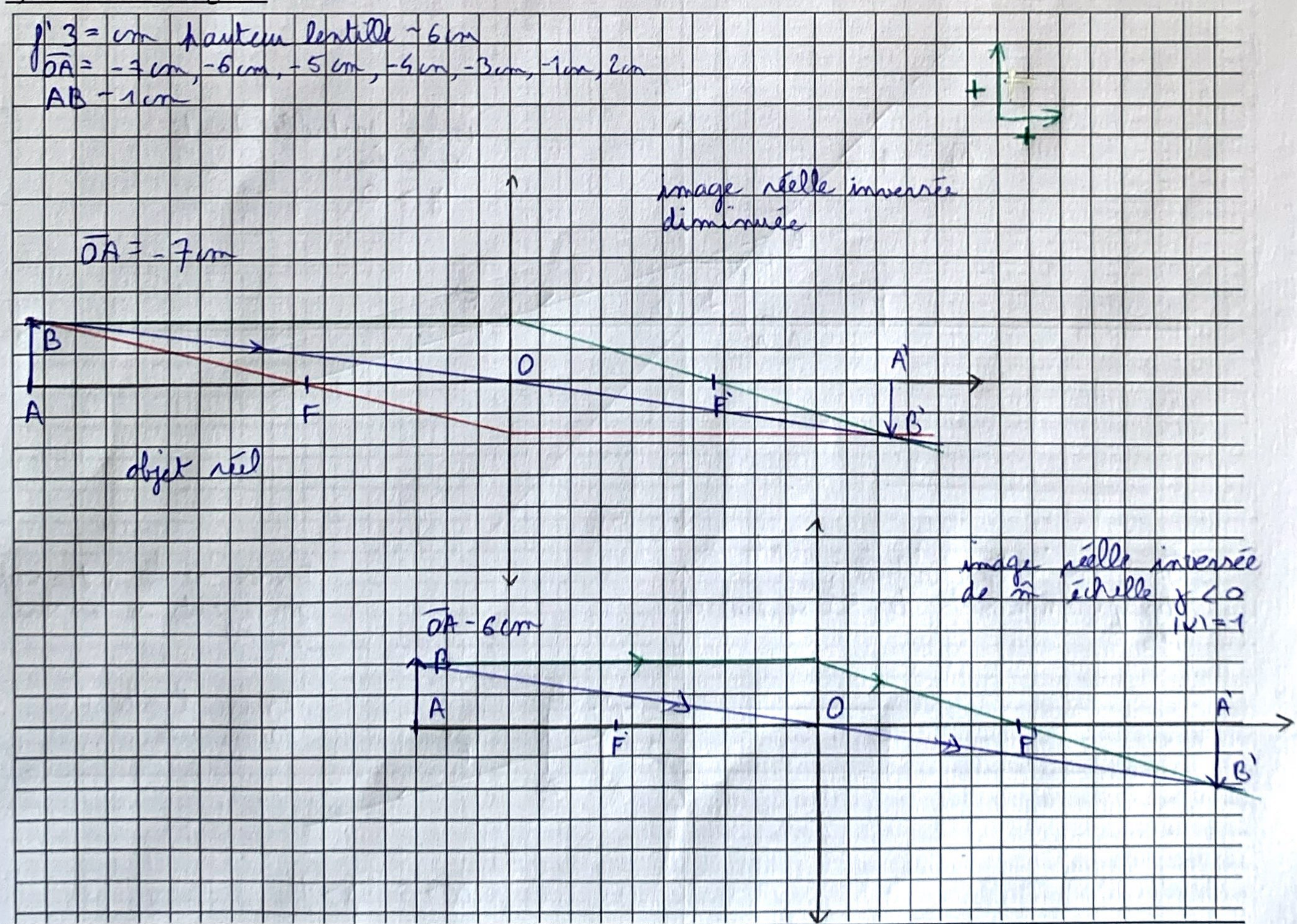
Hypothèse : AB est un objet plan, perpendiculaire à l'axe optique. Sa taille doit être petite devant la distance focale de la lentille (conditions de Gauss).

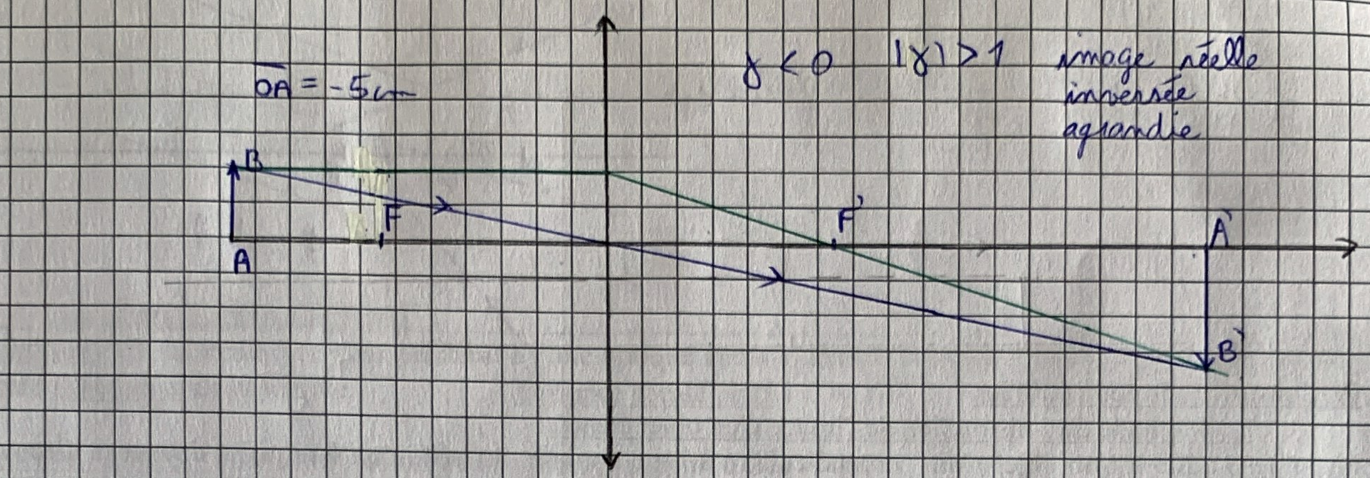
1. On construit B', image de B, en utilisant 2 des 3 rayons suivants :
- un RL passant par le centre n'est pas dévié.
- un RL incident passant par le foyer objet ressort parallèle à l'axe optique.
- un RL incident parallèle à l'axe ressort par le foyer image.
2. A' est obtenu par projection orthogonale de B' sur l'axe optique.

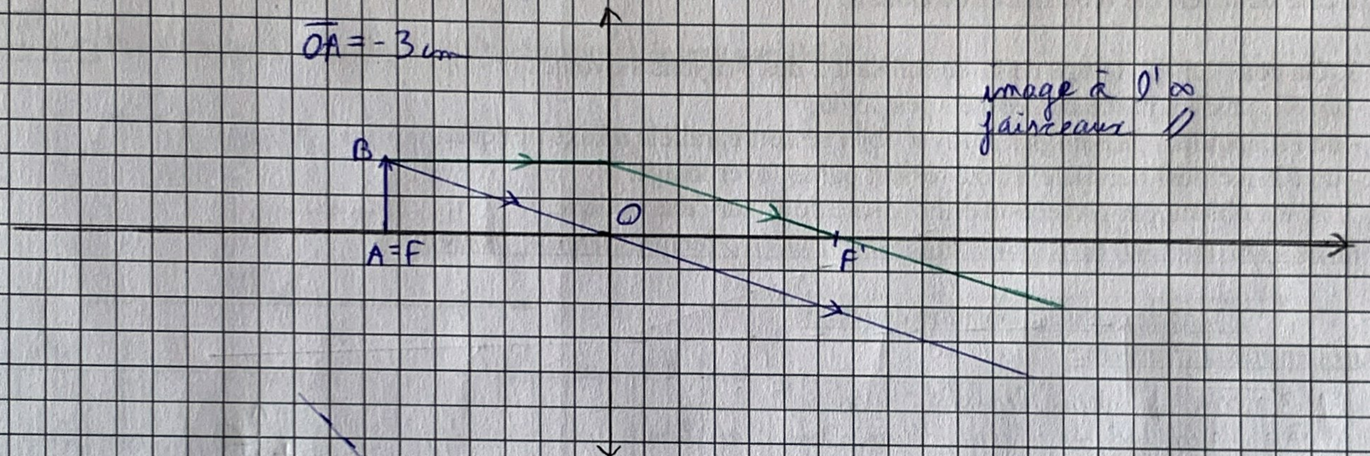
https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/lentille_mince.php

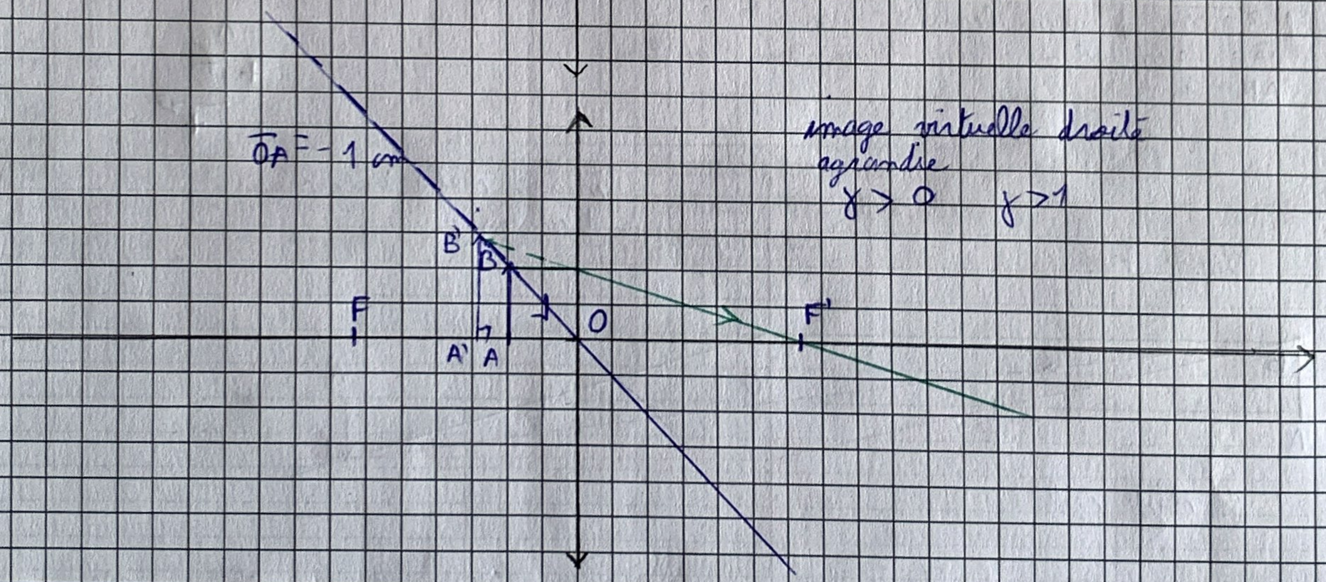
2.) Influence de la position de l'objet

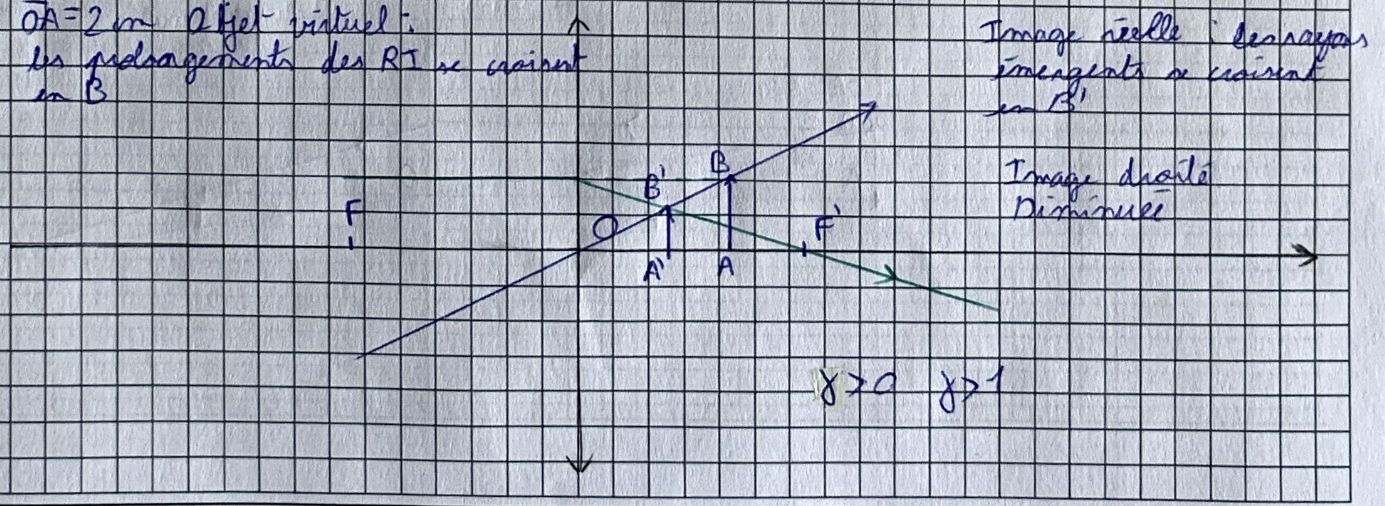
a) Lentille convergente




$\overline{OA} = -5$ cm
$\gamma < 0$ $|\gamma| > 1$ image réelle inversée agrandie
B
A
F
F'
A'
B'


$\overline{OA} = -3$ cm
image à l'∞ faisceaux //
B
A=F
O
F'


$\overline{OA} = -1$ cm
image virtuelle droite agrandie
$\gamma > 0$ $\gamma > 1$
B'
B
F
O
F'
A'
A


$\overline{OA} = 2$ cm Objet virtuel : les prolongements des RI se croisent en B
Image réelle : les rayons émergents se croisent en B'
Image droite Diminuée
B'
B
F
O
F'
A'
A
$\gamma > 0$ $\gamma > 1$

$\overline{OA} = -5$ cm

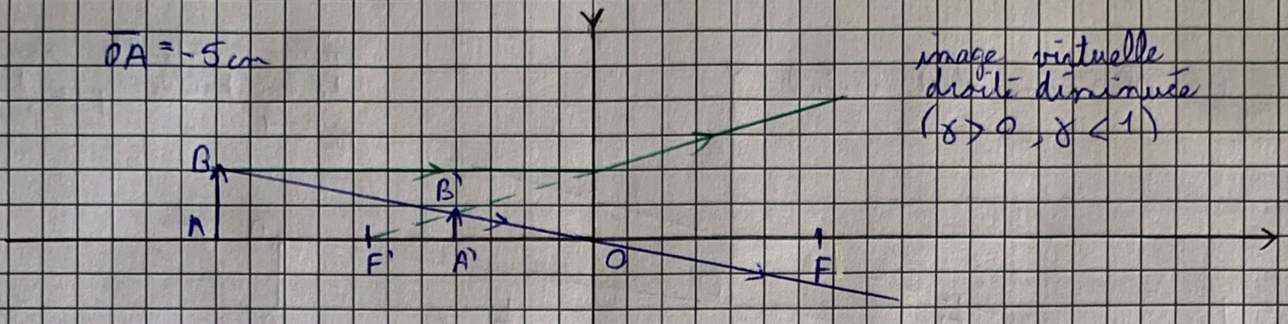


image virtuelle droite diminuée ($\gamma > 0$, $\gamma < 1$)

$\overline{OA} = 2$ cm
Objet virtuel

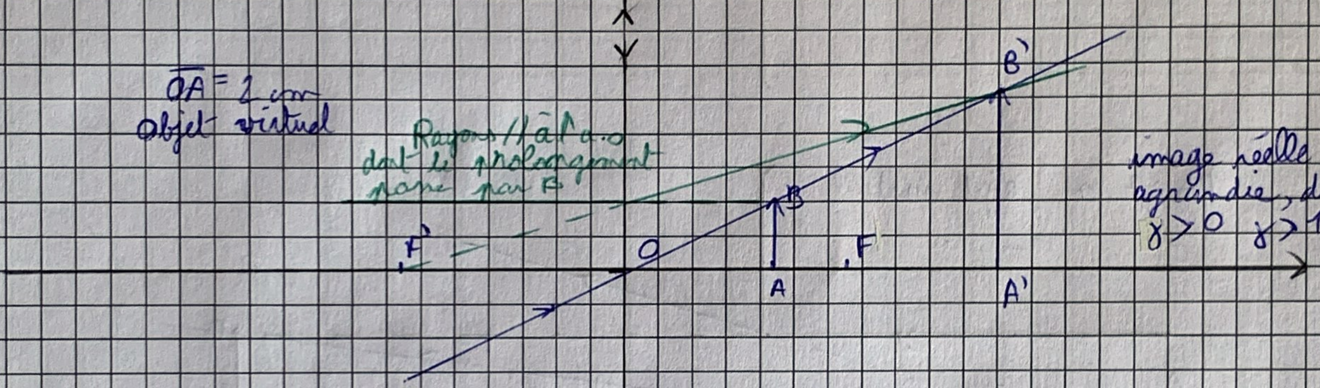
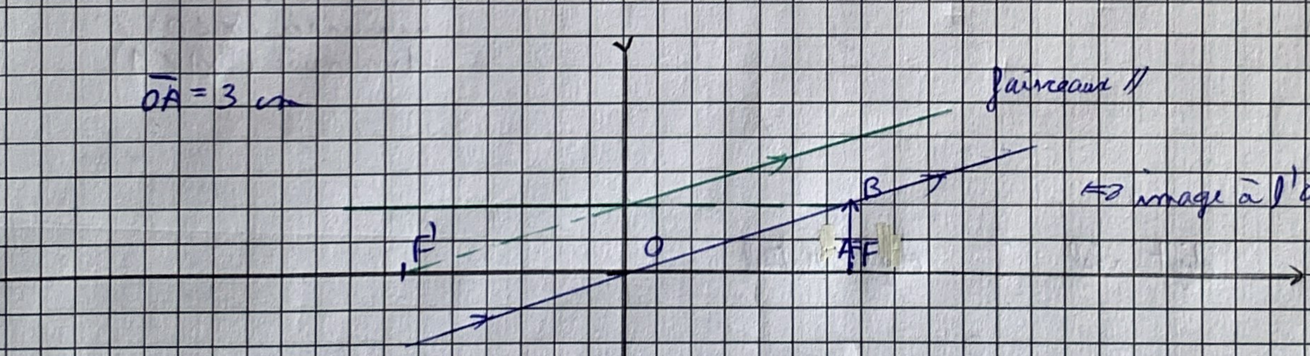


image réelle agrandie, droite $\gamma > 0$ $\gamma > 1$

$\overline{OA} = 3$ cm



⇔ image à l'∞

$\overline{OA} = 4$ cm
Objet virtuel

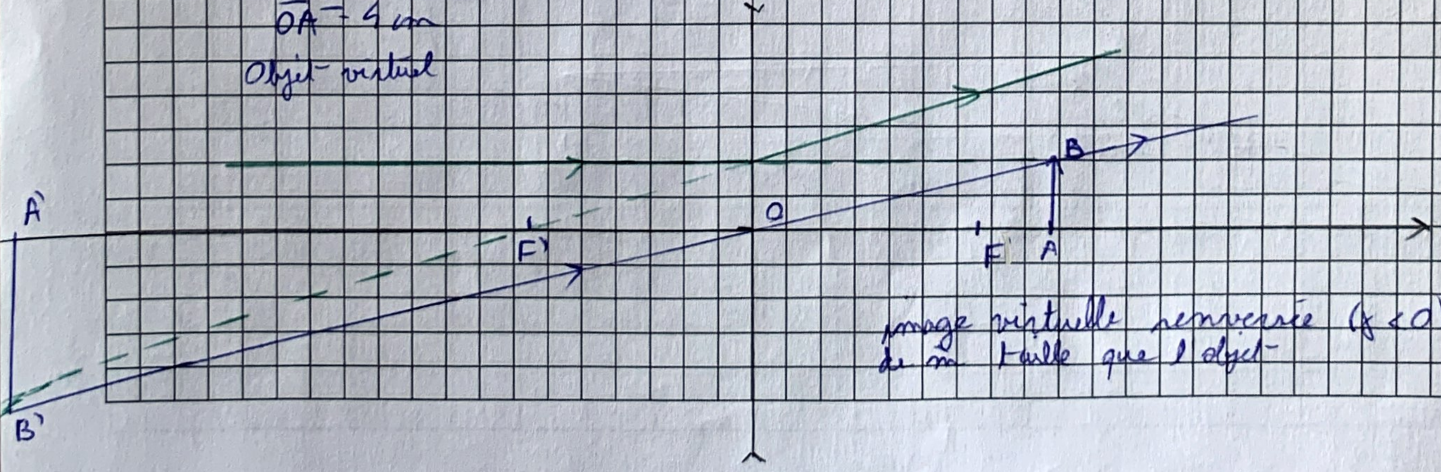


image virtuelle renversée ($\gamma < 0$) de même taille que l'objet

$\overline{OA} = 6$ cm objet virtuel

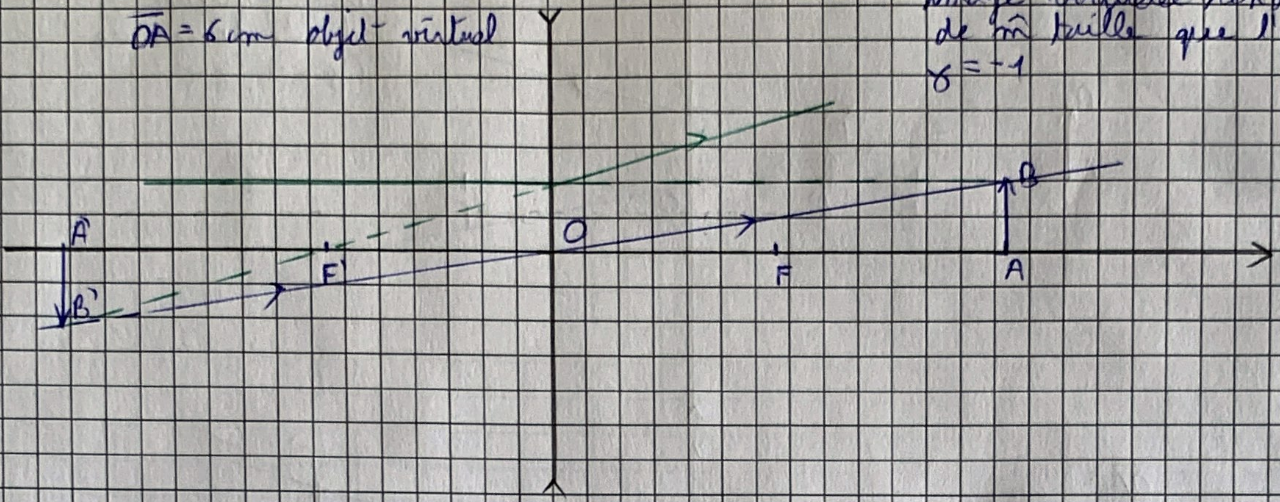


image virtuelle renversée de même taille que l'objet $\gamma = -1$

$\overline{OA} = 7$ cm objet virtuel

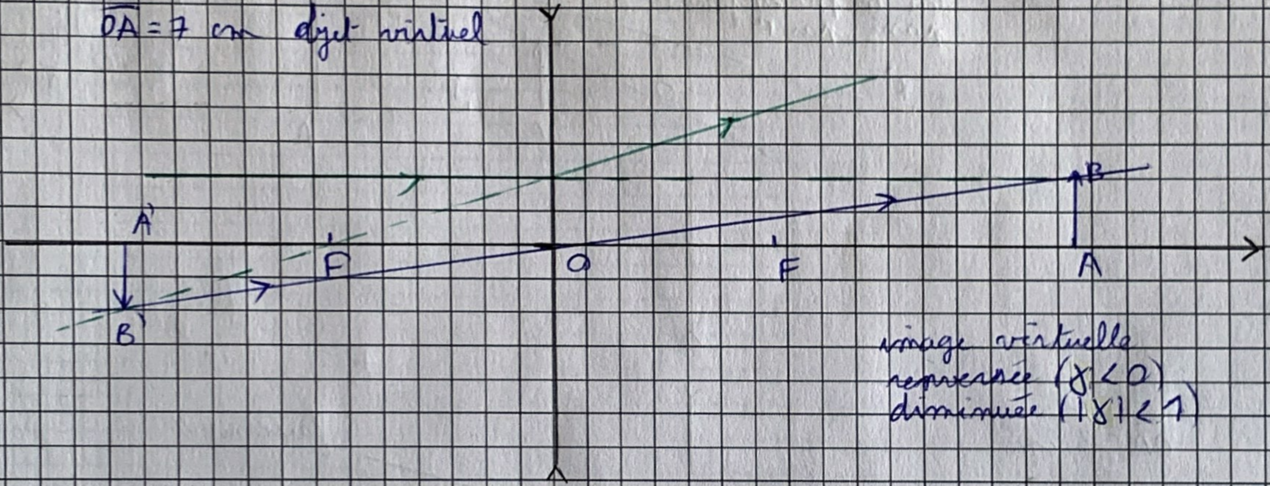
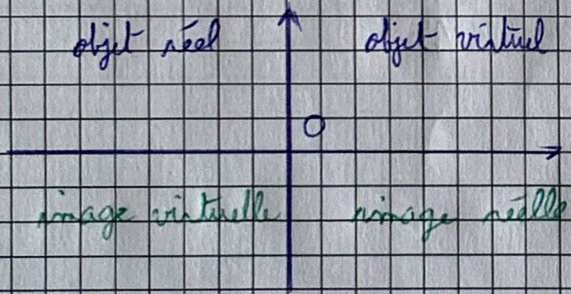
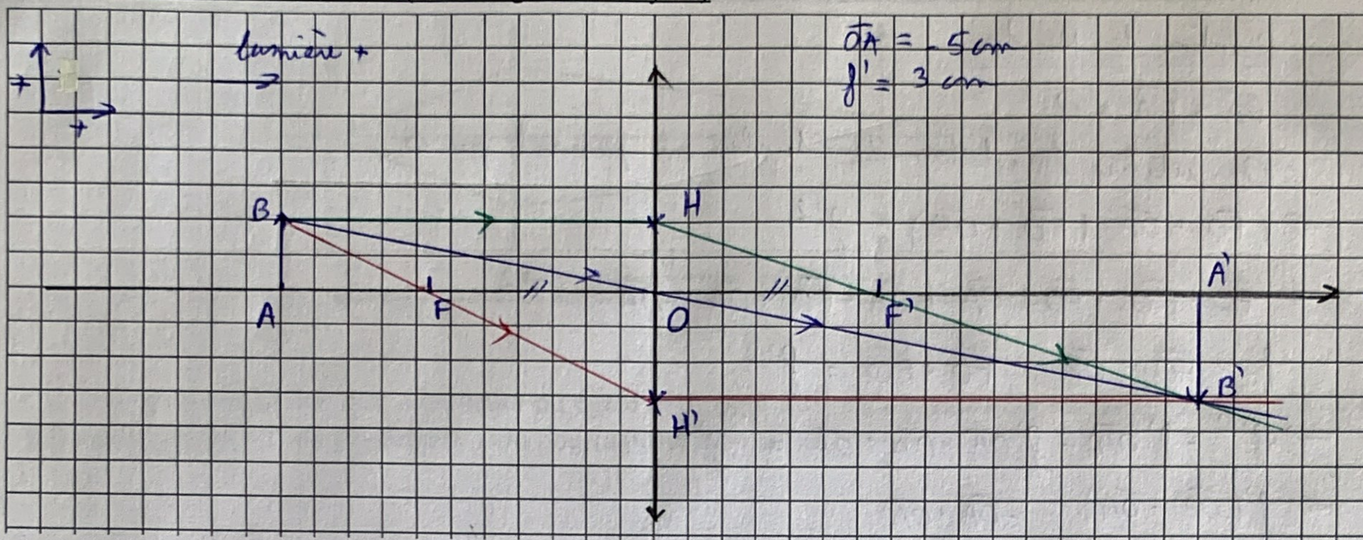


image virtuelle renversée ($\gamma < 0$) diminuée ($|\gamma| < 1$)

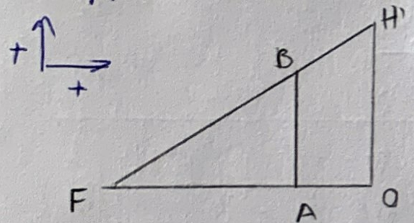


V Relations de conjugaison

1.) Relation de Newton (avec origine aux foyers)

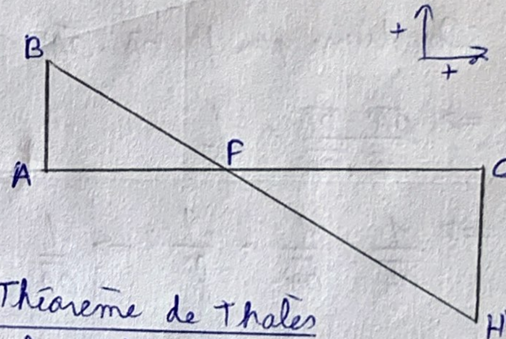


Rappel théorème de THALES



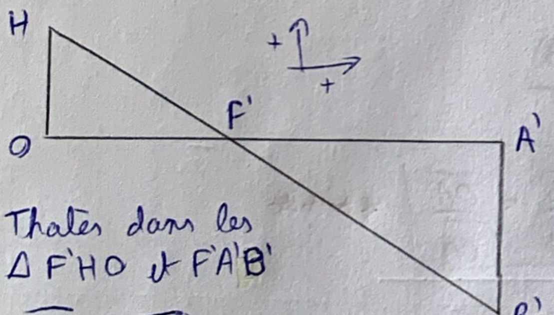
(AB)//(OH)

$\dfrac{\overline{OH'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$



<u>Théorème de Thalès</u>
Δ FOH' et FAB

$\dfrac{\overline{OH'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$ ①



Thalès dans les Δ F'HO et F'A'B'

$\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{OH}} = \dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$ ②

On $\overline{OH} = \overline{AB}$ et $\overline{OH'} = \overline{A'B'}$ ★★★★ (∄ la démo)

① $\Rightarrow \gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$

② $\Rightarrow \gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$

$\Rightarrow \gamma = \dfrac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$

$\Rightarrow \boxed{\overline{FA} \times \overline{F'A'} = \overline{FO} \times \overline{F'O}}$

Relation de Newton

$f' = \overline{OF'}$ $\quad \overline{F'O} = -f'$

$\overline{FO} = \overline{OF'} = f'$

$\Rightarrow \overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$

Relation de Newton

Le conjugué A' d'un point A par une lentille mince sphérique, de centre optique O, de foyers F et F', de distance focale image f ' vérifie les relations suivantes : Pour $A \xrightarrow{(L)} A'$, on a : Relation de Newton : $\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -f'^2$ et $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$

2.) Relation de Descartes (avec origine au centre optique O).

Relation de Newton

$\overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$

On utilise la relation de Chasles en passant par O.

$\Rightarrow (\overline{FO} + \overline{OA})(\overline{F'O} + \overline{OA'}) = -f'^2$

$\Rightarrow \overline{FO} \times \overline{F'O} + \overline{FO} \times \overline{OA'} + \overline{OA} \times \overline{F'O} + \overline{OA} \times \overline{OA'} = -f'^2$

$f' = \overline{FO} = \overline{OF'} \qquad \overline{FO} \times \overline{F'O} = -f'^2$

$\Rightarrow \cancel{-f'^2} + f'\,\overline{OA'} - f'\,\overline{OA} + \overline{OA} \times \overline{OA'} = \cancel{-f'^2}$

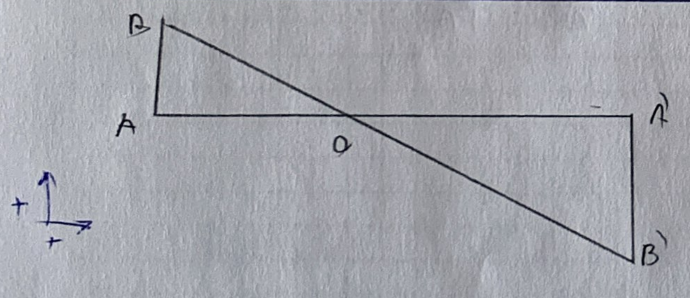
$\Rightarrow f'(\overline{OA'} - \overline{OA}) = -\overline{OA} \times \overline{OA'}$

On divise par $f' \times \overline{OA} \times \overline{OA'}$

$\Rightarrow \dfrac{\overline{OA'} - \overline{OA}}{\overline{OA} \times \overline{OA'}} = \dfrac{-1}{f'}$ ★★★★

$\Rightarrow \dfrac{1}{\overline{OA}} - \dfrac{1}{\overline{OA'}} = \dfrac{-1}{f'} \Rightarrow \boxed{\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}}$

Théorème de Thalès dans les ΔOAB et $OA'B'$



$\boxed{\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}}$ ★★★★

Le conjugué A' d'un point A par une lentille mince sphérique, de centre optique O, de foyers F et F', de distance focale image f ' vérifie les relations suivantes : Pour $A \xrightarrow{(L)} A'$, on a : Relation de Descartes : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$ et $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$