

II La fibre optique à saut d'indice.

Une fibre optique est formée d'un cœur en verre d'indice $n_1=1,66$ entourée d'une gaine en verre d'indice $n_2=1,52$. On prendra $n_{air} = 1$.

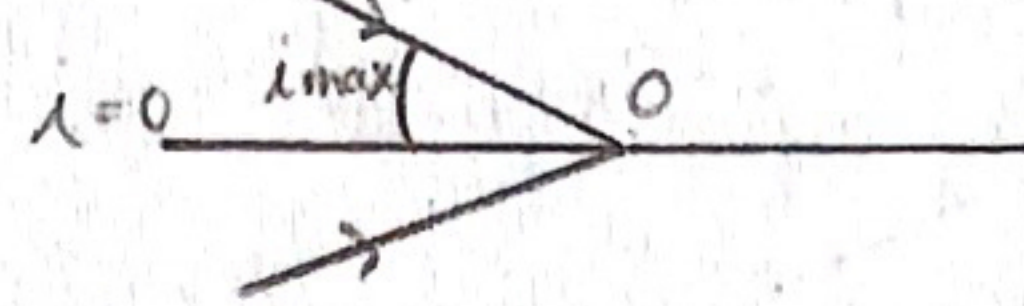
https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/dioptres/fibre_optique.php

*** 1.) Cône d'acceptance :

Il correspond à l'ensemble des rayons qui seront transmis dans le cœur de la fibre.

On cherche la valeur maximale de l'angle d'incidence i_{max} pour laquelle la lumière est transmise le long de la fibre uniquement dans son cœur. L'exprimer en fonction de n_1 et n_2 .

On définit l'ouverture numérique $O.N. = n_{air} \sin i_{max}$



*** 2.) Dispersion intermodale :

Une impulsion lumineuse arrive à $t = 0$ au point O sous la forme d'un faisceau conique convergent de demi angle au sommet $i_1 < i_{max}$.

Pour une fibre de longueur l , on calcule l'élargissement temporel Δt de cette impulsion à la sortie de la fibre, c'est-à-dire la différence de temps de parcours entre un rayon se propageant suivant l'axe ($i=0$) et un rayon d'incidence i_1 . Exprimer Δt en fonction de l , n_1 , c et i_1 .

A.N. : $l = 10 \text{ km}$. $i_1 = 8^\circ$. $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

1) Condition pr que le RL soit transmis ds le cœur de la fibre

Pas de conditions en O : $1 \rightarrow n_1 > 1$
le RL se rapproche de la normale

On veut réflexion totale en I

Loi de Descartes : $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin i_2$ (1)

$\Rightarrow n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{n_2}{n_1}$

D'après (1), si $\alpha \uparrow$, $i_2 \uparrow$

Réflexion totale : si $\alpha > \alpha_c$

$\Rightarrow \sin \alpha > \sin \alpha_c$
car \sin est \uparrow sur $[0, \pi/2]$

$\Rightarrow \sin \alpha > \frac{n_2}{n_1}$ (1')

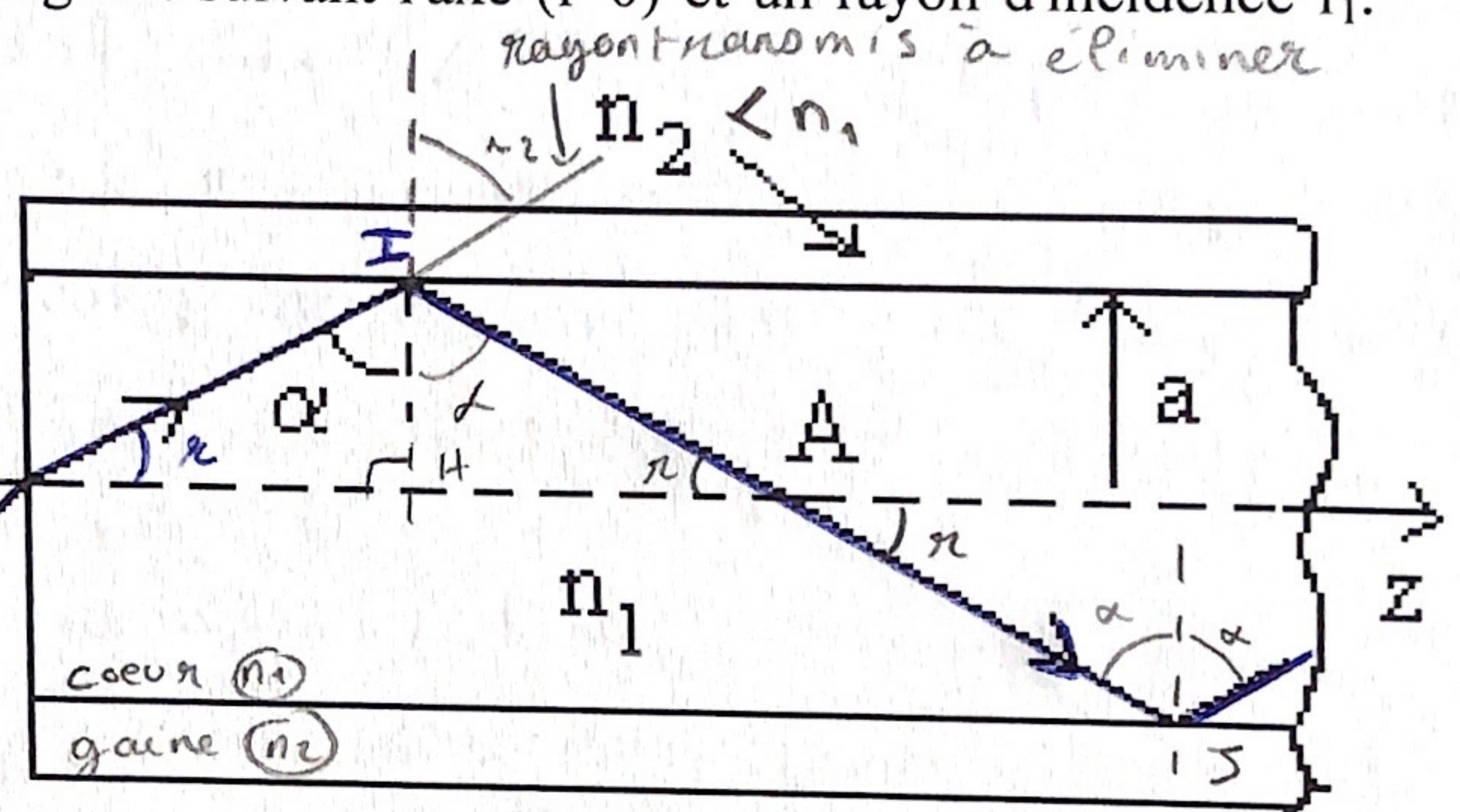
$\Delta OIH : \pi = \alpha + \alpha + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} - \alpha$

Loi de Descartes à O : $1 \times \sin i = n_1 \sin \alpha$ (2)

$\Rightarrow \sin i = n_1 \sin (\frac{\pi}{2} - \alpha)$

$\Rightarrow \sin i = n_1 \cos \alpha$

$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sin i}{n_1}$ (3)



Or $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ (4)

(1) $\sin \alpha > \frac{n_2}{n_1}$

$\Rightarrow \sin^2 \alpha > (\frac{n_2}{n_1})^2 \Rightarrow -\sin^2 \alpha < -(\frac{n_2}{n_1})^2$

$\Rightarrow 1 - \sin^2 \alpha < 1 - (\frac{n_2}{n_1})^2 \Rightarrow \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} < \sqrt{1 - (\frac{n_2}{n_1})^2}$

(4) $\Rightarrow \cos \alpha < \sqrt{1 - (\frac{n_2}{n_1})^2}$

(3) $\Rightarrow \frac{\sin i}{n_1} < \sqrt{1 - (\frac{n_2}{n_1})^2} \Rightarrow \sin i < n_1 \sqrt{1 - (\frac{n_2}{n_1})^2}$

$\Rightarrow \sin i < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

AN : $i < \arcsin (\sqrt{n_1^2 - n_2^2})$

$i < 41,58^\circ$

$i < i_{max}$ ou $i_{max} = 41,58^\circ$

O.N. : $n_{air} \sin(i_{max}) = 0,67$ ($n_{air} = 1$)

2) dispersion intermodale



Pour $i = 0$ temps de parcours t_0

$$t_0 = \frac{l}{v} \text{ où } v = \frac{c}{n_1} \leftarrow \text{vitesse de la lumière dans le vide}$$

$$\Rightarrow t_0 = \frac{n_1 l}{c}$$

Pour i_1 temps de parcours t_1

$$t_1 = \frac{l_1}{v} = \frac{n_1 l_1}{c} \quad (a)$$

où $l_1 = OI + IA + AS + SB + \dots$

(voir schéma fibre optique)

$$\cos \alpha_1 = \frac{OH}{OI} \Rightarrow OI = \frac{OH}{\cos \alpha_1}$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{HA}{IA} \Rightarrow IA = \frac{HA}{\cos \alpha_1}$$

$$\Rightarrow l_1 = \frac{1}{\cos \alpha_1} (OH + HA + \dots)$$

l : longueur de la fibre

$$\Rightarrow l_1 = \frac{l}{\cos \alpha_1}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{n_1 l}{c \cos \alpha_1}$$

Elargissement temporel

$$\Delta t = t_1 - t_0$$

$$\Delta t = \frac{n_1 l}{c} \left(\frac{1}{\cos \alpha_1} - 1 \right) \quad (1)$$

$$\text{Or } \cos^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_1 = 1$$

$$\Rightarrow \cos \alpha_1 = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_1} \quad (2)$$

Loi de Descartes en O

$$\sin i_1 = n_1 \sin \alpha_1$$

$$\Rightarrow \sin \alpha_1 = \frac{\sin i_1}{n_1}$$

$$(2) \Rightarrow \cos \alpha_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{\sin i_1}{n_1} \right)^2}$$

$$(1) \Rightarrow \Delta t = \frac{n_1 l}{c} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin i_1}{n_1} \right)^2}} - 1 \right)$$

AN: $\Delta t = 1,95 \times 10^{-7} \text{ s}$

temps qu'il faut attendre avant d'envoyer une 2^e info

$$\left(\frac{1}{\Delta t} \right) \leftarrow \text{fréquence d'information, } b = \frac{1}{\Delta t}$$

$$\left(\frac{1}{\Delta t} \right) = 5,1 \times 10^6 \text{ info/s}$$

\Rightarrow très faible pour les besoins actuels

On utilise des fibres à gradient d'indice

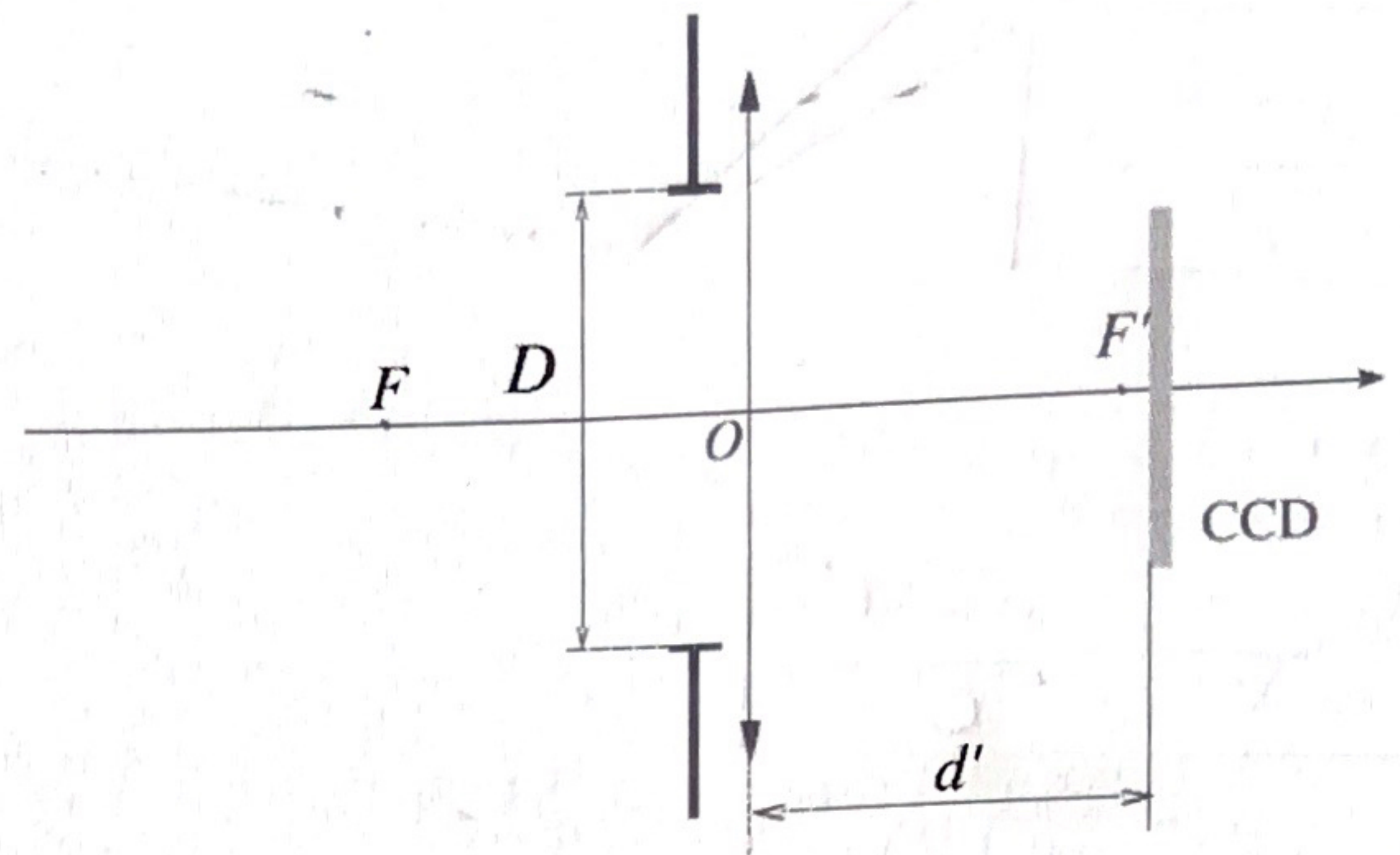
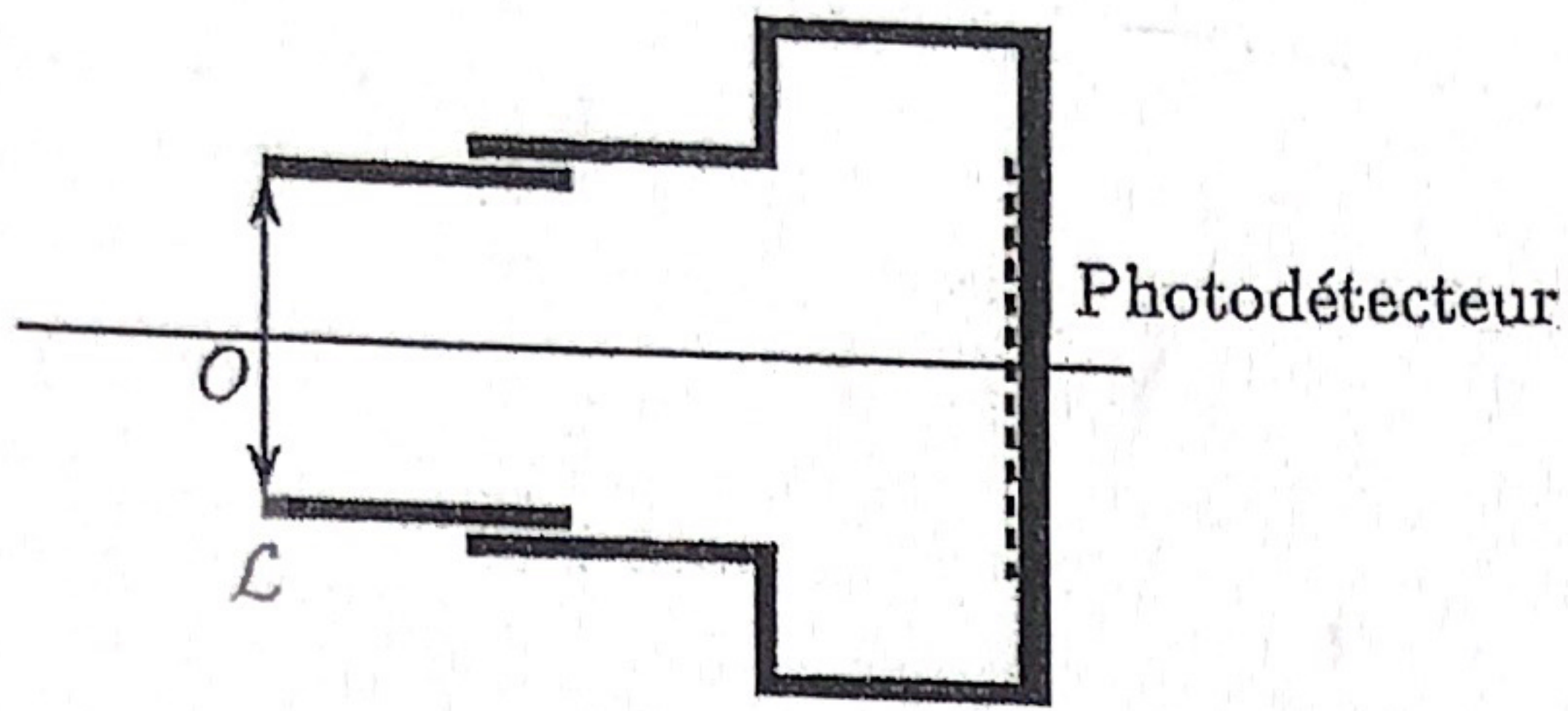
L'indice du cœur n'est pas constant

\Rightarrow Les rayons lumineux ne se propagent pas en ligne droite

III L'appareil photographique

1.) Principe

On modélise l'objectif de l'appareil photo par une lentille unique, convergente de distance focale image f' .



Modélisation de l'appareil photographique

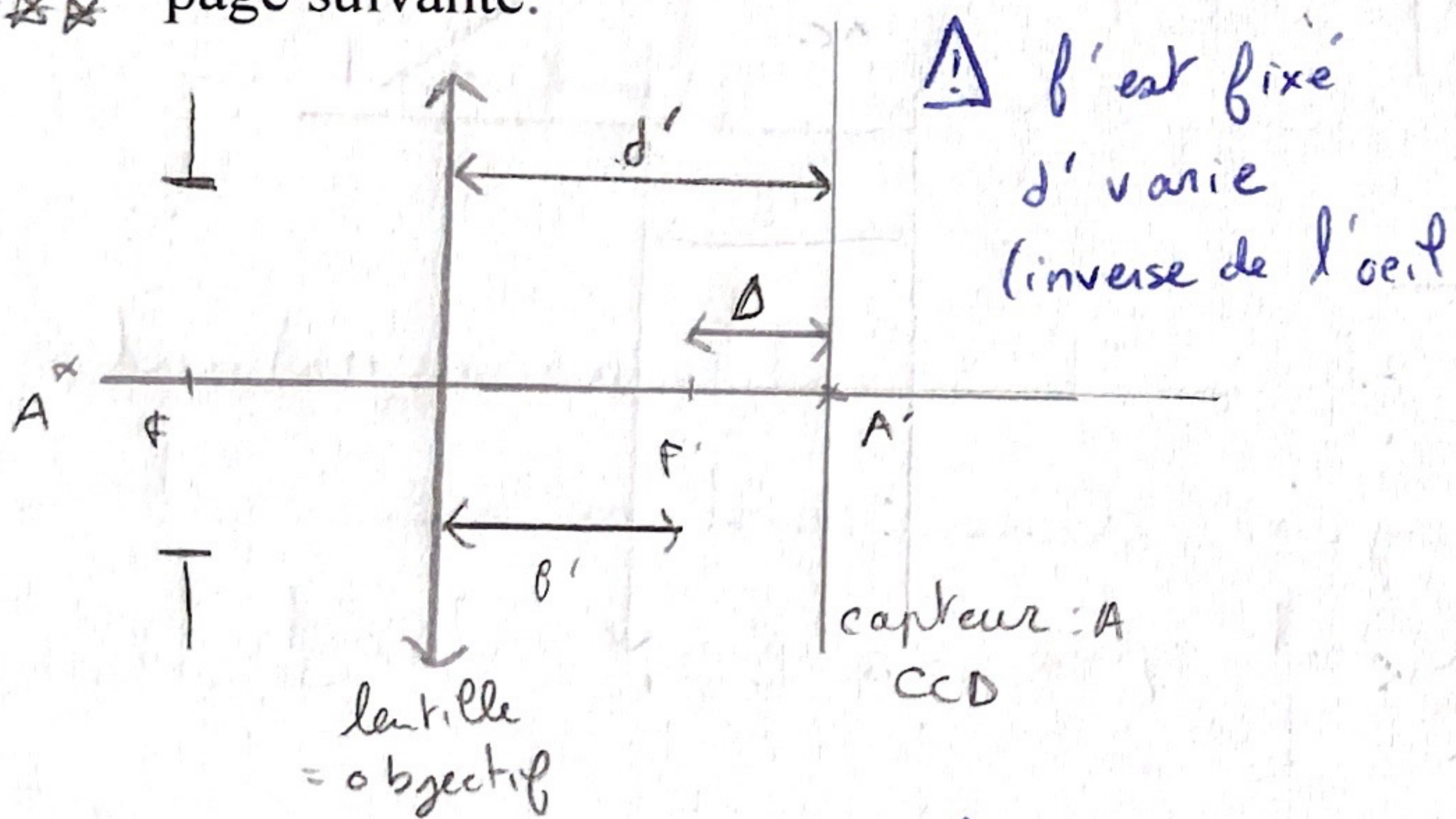
La quantité de lumière entrant dans l'appareil est limitée par un **diaphragme** qui constitue une ouverture quasi-circulaire **de diamètre D**. L'ouverture de ce diaphragme s'effectue pendant une **durée τ** appelée **durée de l'exposition ou temps de pose**. On définit aussi le **nombre d'ouverture $N = \frac{f'}{D}$** .

L'image est enregistrée à l'aide d'une plaque de capteur CCD qui transforme le signal lumineux reçu en signal électrique.

Le réglage de mise au point permet que l'image de l'objet photographié se forme sur la plaque CCD. Pour cela, **on ajuste la distance d'entre l'objectif et la plaque CCD**.

L'appareil est capable de faire la mise au point sur un paysage (à l'infini) et l'amplitude de déplacement du capteur CCD par rapport à la lentille L est de $\Delta = 5\text{mm}$.

On prend $f' = 5\text{cm}$. Quel est l'objet A le plus proche que peut prendre l'appareil en photo ? Déterminer $d = \overline{AO}$ en fonction de Δ et de f' . Faire l'application numérique. Faire les deux constructions géométriques page suivante.



$$\overline{OA} = \overline{OF} + \overline{FA}$$

$$= -5 - 50$$

$$\boxed{\overline{OA} = -55 \text{ cm}}$$

objet le \oplus proche que l'œil peut photographier
dessin au dos

Pour l'objet à l' ∞ sur l'axe
 $A_{\infty} \xrightarrow{(L)} F'$ $\overline{OF'} = \beta'$ donc $\boxed{d_{\min} = \beta'}$

Pour un objet à distance d sur l'axe
 $A \xrightarrow{(L)} A'$ $d'_{\max} = \beta' + \Delta$

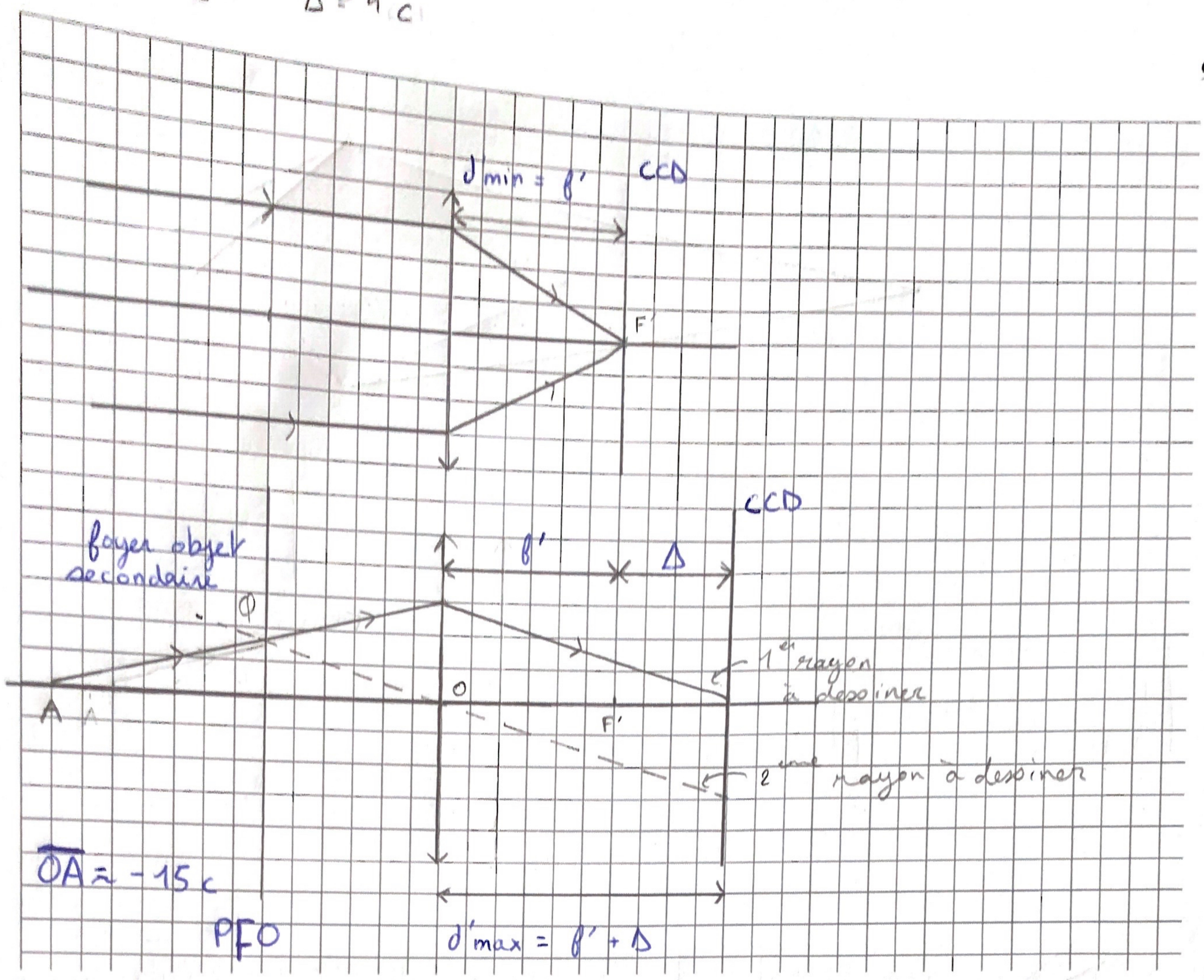
Newton: $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -\beta'^2$

$$\Rightarrow \overline{FA} = \frac{-\beta'^2}{\overline{F'A'}} = \frac{-\beta'^2}{\Delta}$$

AN: $\overline{FA} = \frac{-5^2}{0,5}$

$$\boxed{\overline{FA} = -50 \text{ cm}}$$

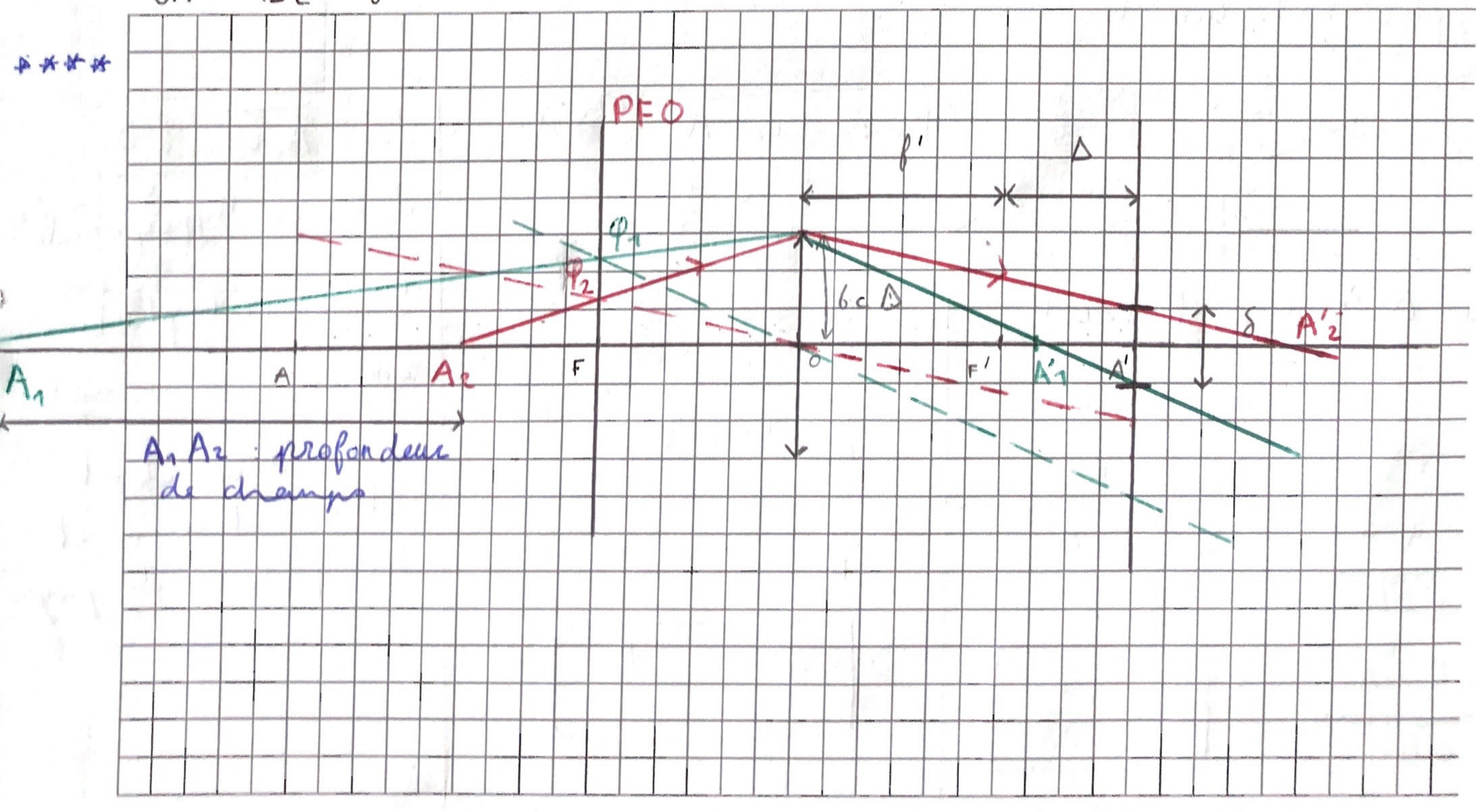
$\delta = 6c$ $\Delta = 4c$



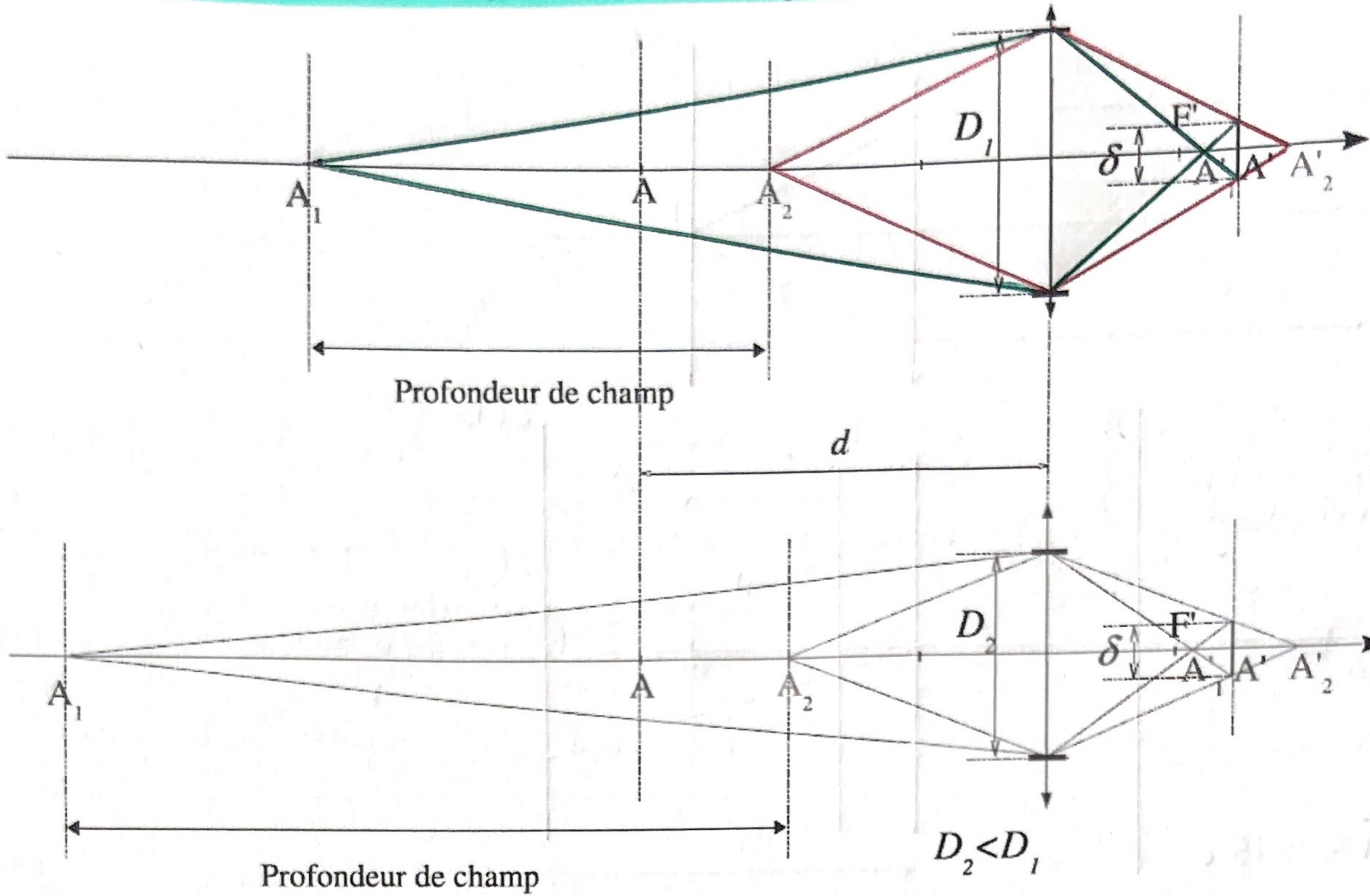
2.) Profondeur de champ

La profondeur de champ désigne la zone de l'espace dans laquelle doit se trouver l'objet à photographier pour que l'on puisse en obtenir une image nette. Pour qu'une image soit nette, il faut que l'image de tout point de l'objet photographié donne une tâche sur l'écran de dimension inférieure à la taille du pixel δ .

$\overline{OA} = -15c$ $\beta' = 6c$ $\Delta = \overline{F'A'} = 4c$ $D/2 = 6c$ $\delta = 2c$

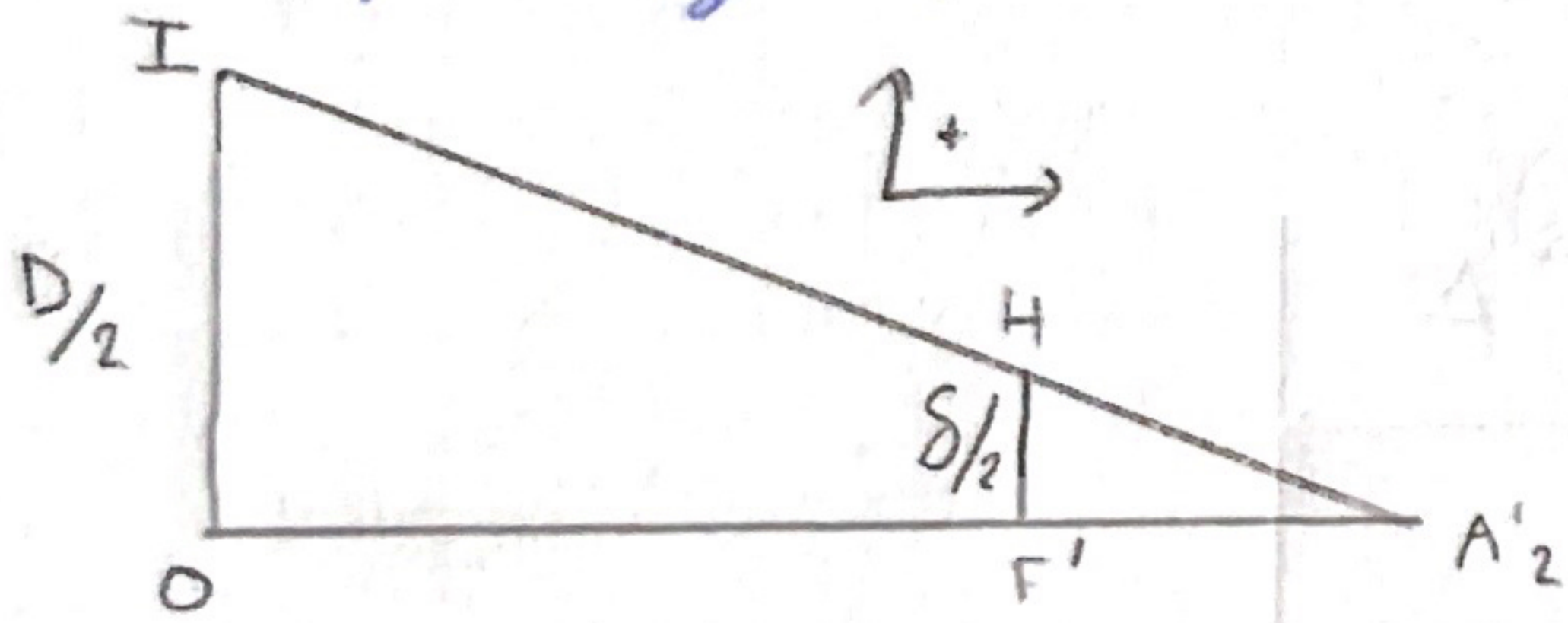
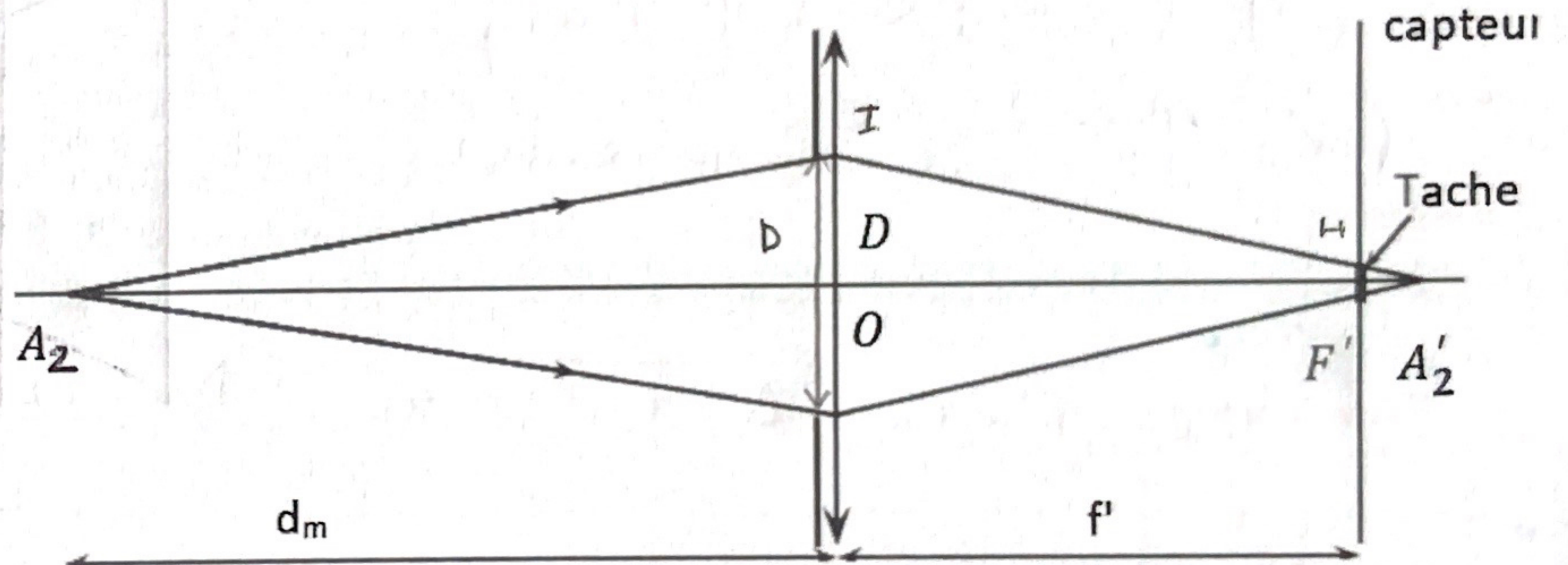


La profondeur de champ augmente lorsque le diamètre du diaphragme diminue.



Pour une mise au point à l'infini

sur l'axe: $A_2 \xrightarrow{(L)} F'$
 On cherche, pour ce réglage, le pt le plus proche qui puisse être photographié en A_2



Thales $\Delta A_2' F' H$ et $\Delta A_2' O I$

$$\frac{OI}{F'H} = \frac{OA_2'}{F'A_2'} \Rightarrow \frac{D/2}{\delta/2} = \frac{OA_2'}{F'A_2'}$$

$$\Rightarrow \frac{\delta}{D} = \frac{F'A_2'}{OA_2'} = \frac{F'O + OA_2'}{OA_2'}$$

$$= \frac{-\beta' + OA_2'}{OA_2'} \Rightarrow \boxed{\frac{\delta}{D} = 1 - \frac{\beta'}{OA_2'}} \text{ (1)}$$

Descartes $A_2 \xrightarrow{(L)} A_2'$

$$\frac{1}{OA_2'} - \frac{1}{OA_2} = \frac{1}{\beta'}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{OA_2'} = \frac{1}{\beta'} + \frac{1}{OA_2}$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow \frac{\delta}{D} = 1 - \beta' \left(\frac{1}{OA_2} - \frac{1}{\beta'} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\delta}{D} = 1 - \frac{\beta'}{OA_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{OA_2 = -\frac{\beta' D}{\delta}} \text{ (2)}$$

$d_m = \overline{A_2 O} = \beta' D$
 distance Hyperfocale ^{xxxxx}

X'appareil photo est bien l'image nette d'un objet situé entre ∞ et d_m (photo de paysage)

Remarque : Pour une mise au point à la distance d, la profondeur de champ s'écrit :

$$A_1 A_2 = 2\delta d^2 \frac{N}{f'^2} = 2\delta d^2 \frac{1}{f' D}$$

à savoir



Ouverture $D=f'/N$: $f'/2,8$

$f'/16$

La profondeur de champ $A_1 A_2$ est plus grande
sur la photo 2 / photo 1

$$\left| \begin{array}{l} D_1 = \frac{f'}{2,8} \\ N_1 = 2,8 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} D_2 = \frac{f'}{16} \\ N_2 = 16 \end{array} \right|$$

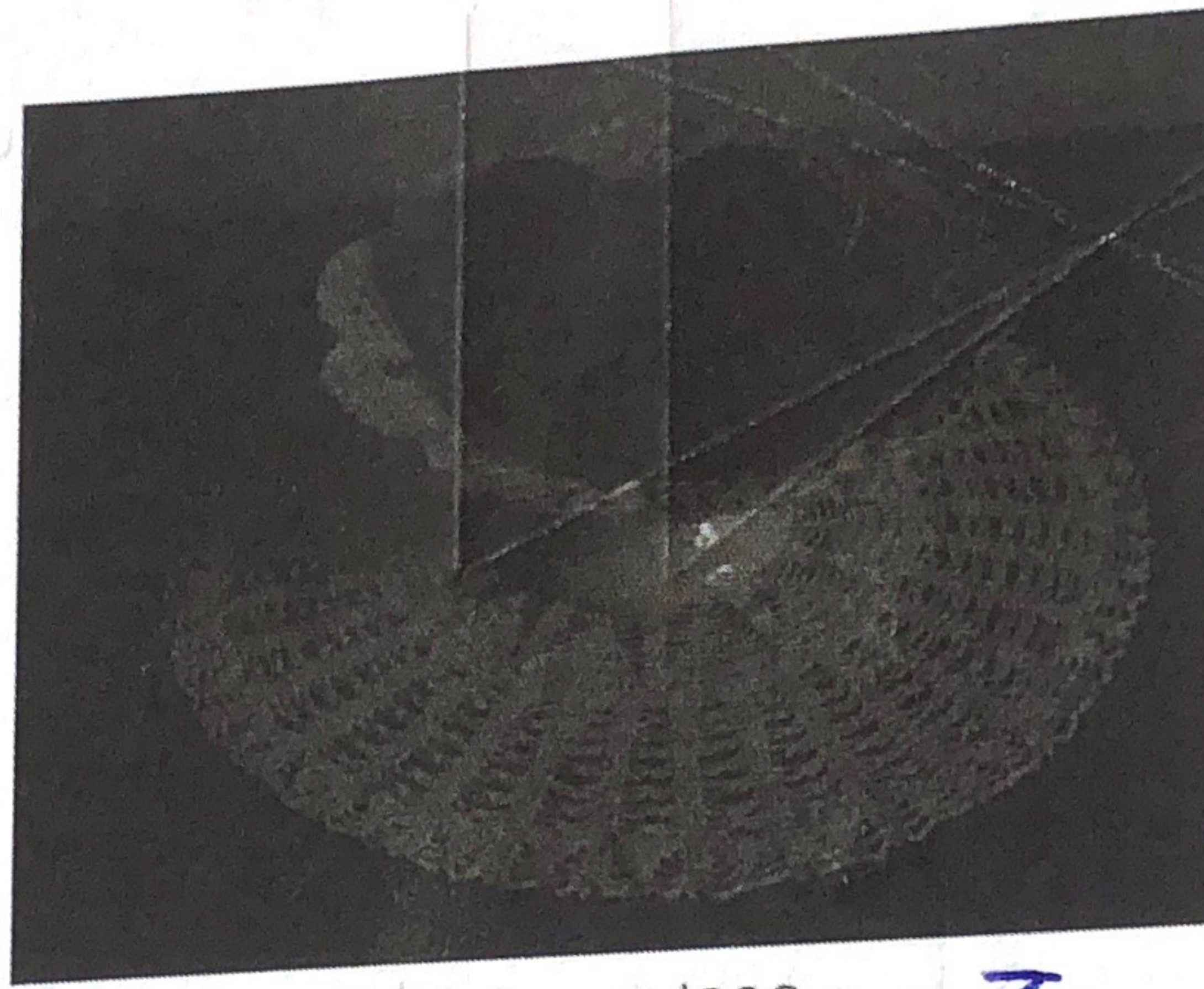
$D_2 < D_1$ paramètre
de l'ouverture

→ profondeur du
champ ⊕ grande
pour D petit

3.) Divers paramètres



$D = F/2.8$ $1/30 \text{ s} = \tau_1$

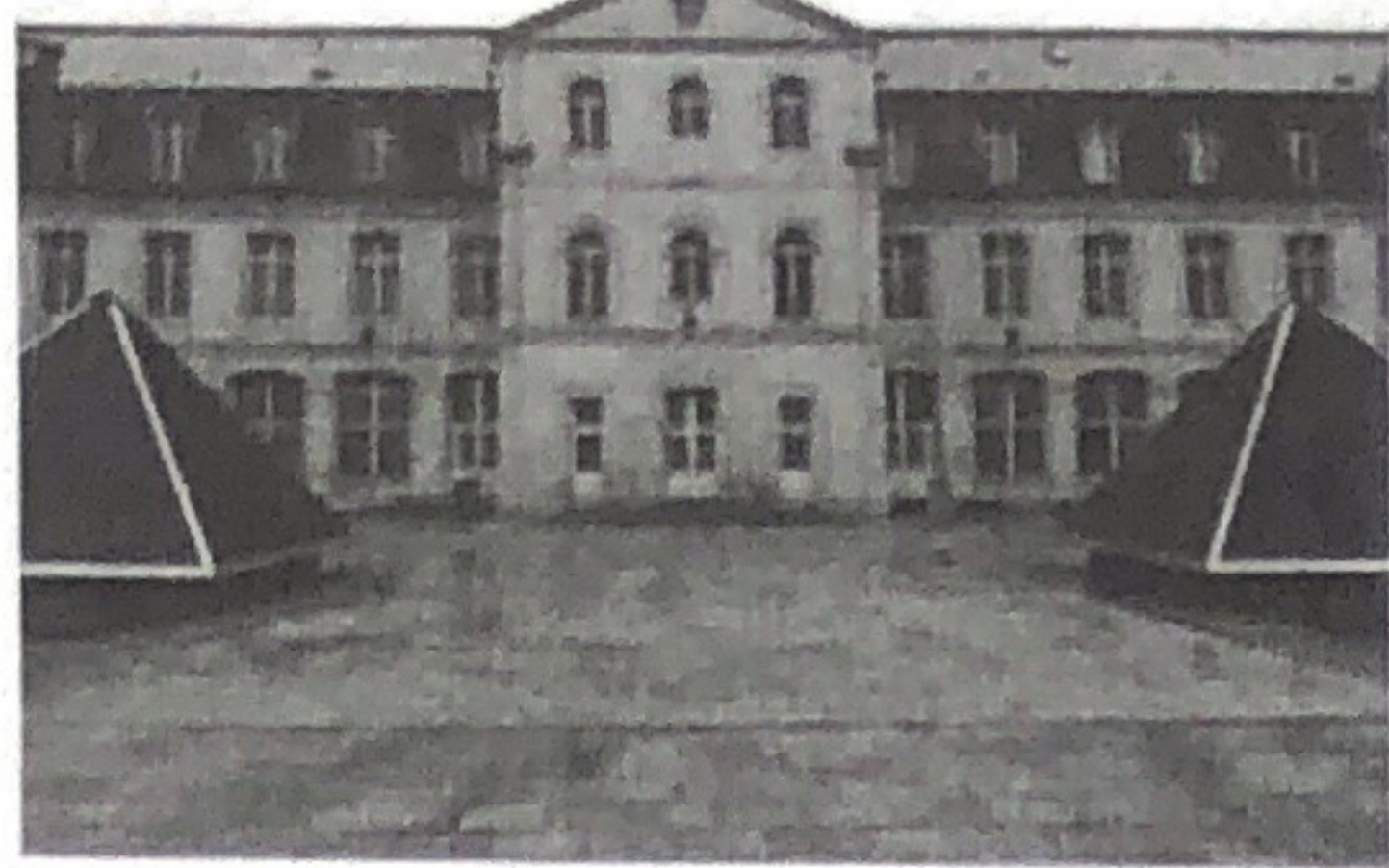


$D = F/2.8$ $1/200 \text{ s} = \tau_2$

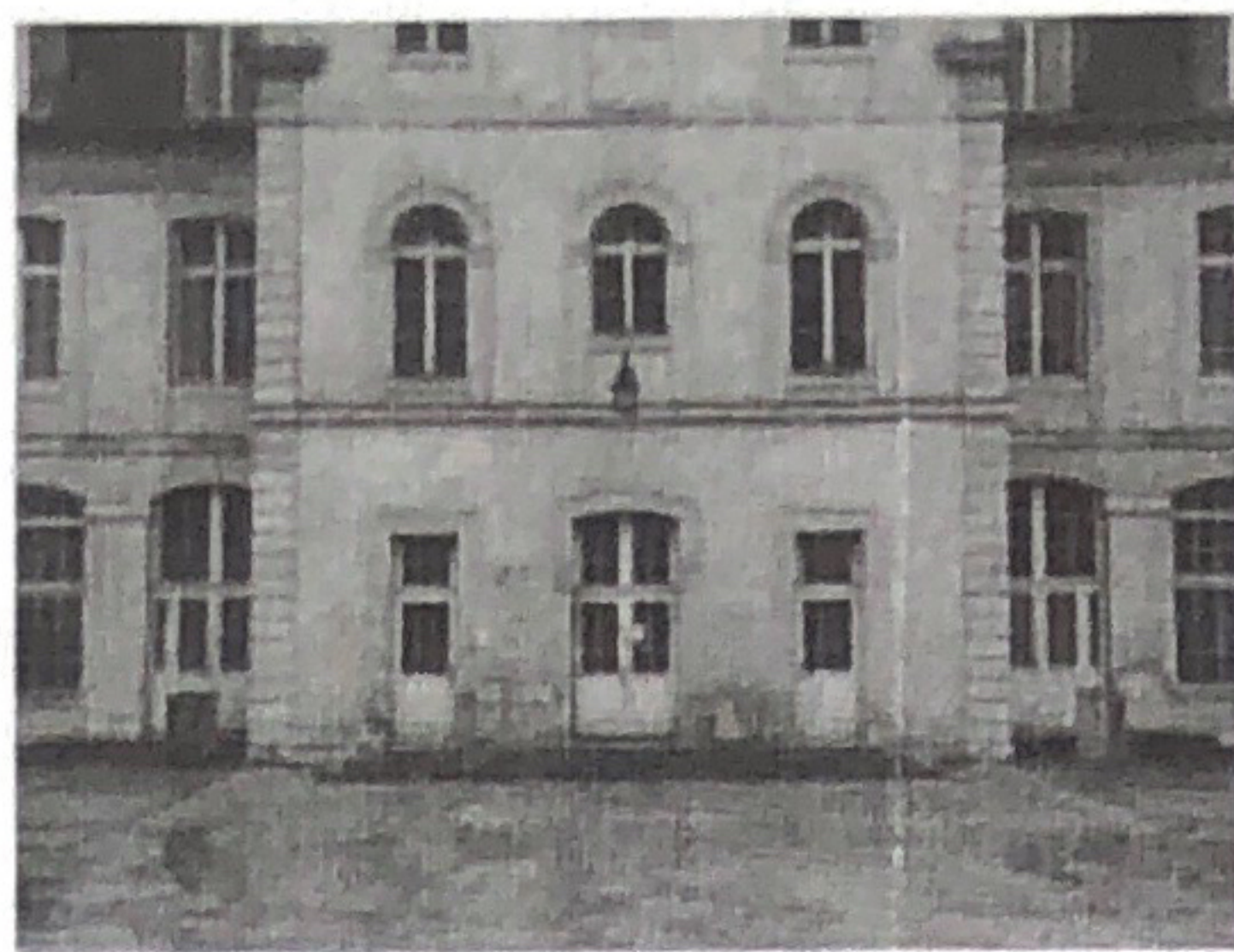
τ : "temps de pose": temps et ouverture du diaphragme

$\tau_1 > \tau_2$ la photo est ss exposée (marque de lumière)

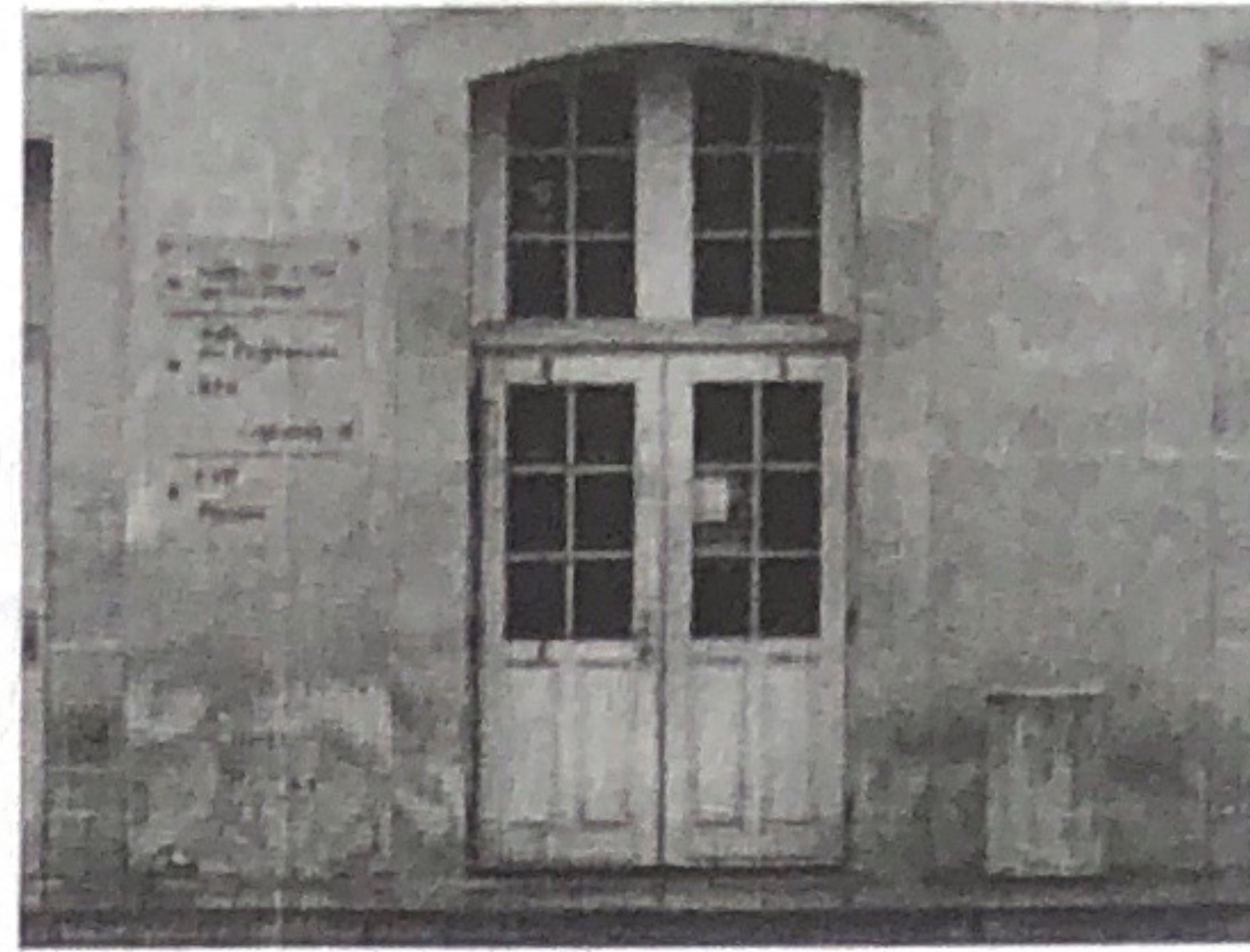
⊗ Quand on divise par 2 la surface du diaphragme,
il faut multiplier le temps de pose par 2



$f'_{\text{obj}} = 4,8 \text{ mm}$
1/200 s F5.6

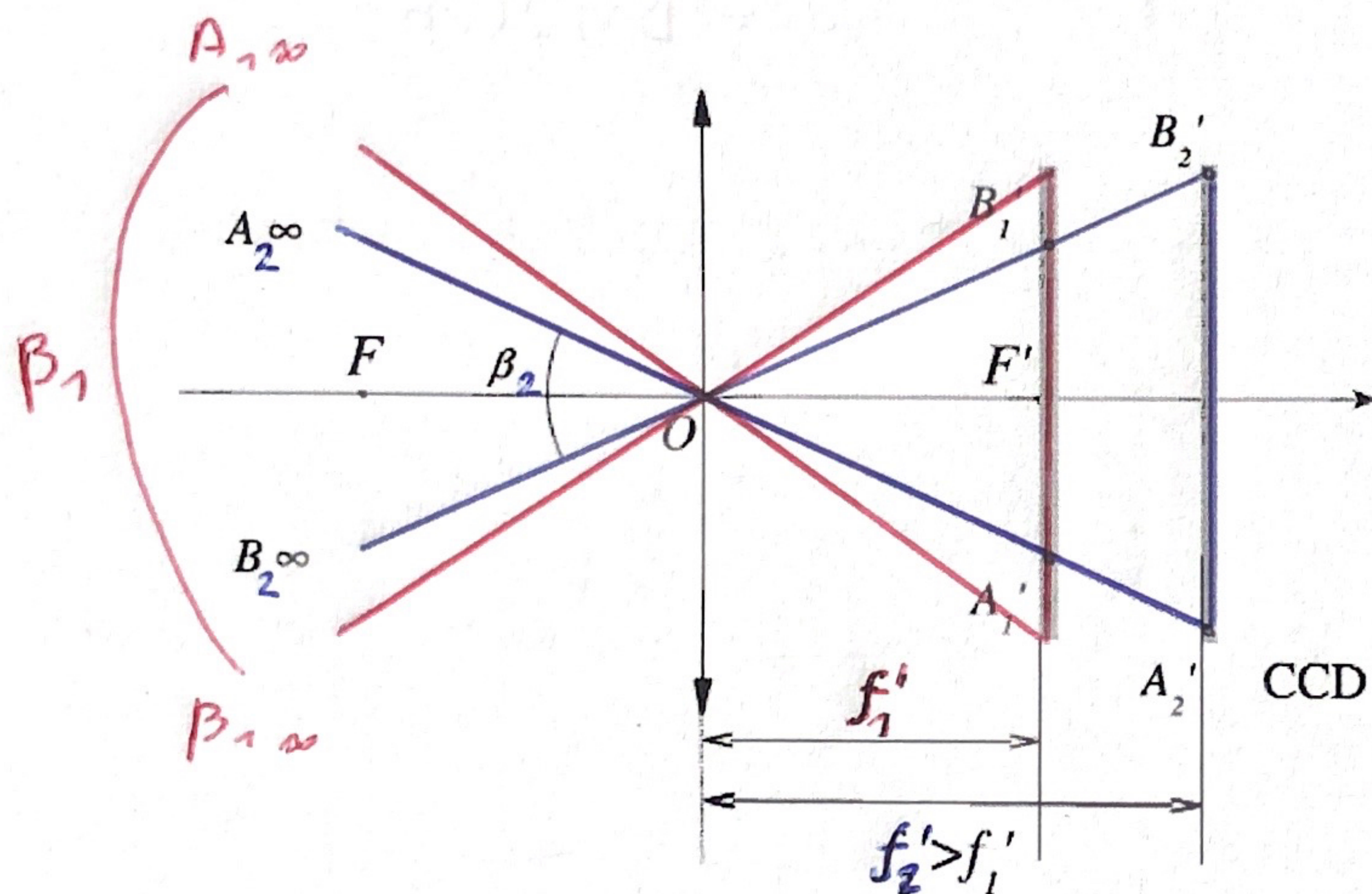


$f'_{\text{obj}} = 11,1 \text{ mm}$
1/200 s F5.0



$f'_{\text{obj}} = 38,8 \text{ mm}$
1/200 s F5.0

⊕ f' est grande, plus l'image est agrandie (= zoomée)
plus le champ angulaire diminue (on voit une plus
petite portion d'espace)



pour $f'_2 > f'_1$, $\beta_2 < \beta_1$
(champ angulaire ↓)