PROGRAMMES 3 et 4.

PROGRAMME 3 : du 02/10 au 06/10

Reprise dans le chapitre 1

Fonctions puissances, bijectivité, théorème de la bijection. Racines $n^{\text{èmes}}$. Méthodes pour prouver des inégalités. Inégalités classiques sur $\exp, \ln$ et $\sin$ ($\forall x \in \mathbb{R}, |\sin x| \leq |x|$).

Reprise de la trigonométrie

Rappel : Les formules d'addition pour $\cos, \sin, \tan$ sont à connaître par cœur. Les cas particuliers : $\sin(2x)$ et $\tan(2x)$ sont aussi à connaître par cœur.
Pour éviter les erreurs, les différentes formules à partir de $\cos(2x)$ sont à retrouver très rapidement (à partir de $\cos(x + x) = \dots$).

Les formules transformant produit en sommes ou sommes en produits sont à savoir retrouver.

Raisonnement et calculs

- ★ Rudiments de logique : Assertions. Opérations (négation, conjonction, disjonction, implication, équivalence). Condition nécessaire, suffisante. Quantificateurs.
- ★ Modes de raisonnement : raisonnement par contraposition, par l'absurde, par équivalence, par analyse-synthèse, par récurrence (simple, double, forte).

Un énoncé au choix à demander

Lorsque l'on énonce un résultat, bien définir tout ce dont on a besoin.

- ❒ Définition de la bijectivité d'une application
- ❒ Définition de x^α et propriétés classiques
- ❒ Croissances comparées (formes générales avec des puissances α et β)
- ❒ Inégalités classiques sur $\exp, \ln, \sin$
- ❒ 3 formules trigo (parmi celles à apprendre par cœur)
- ❒ En s'aidant du cercle trigo, donner $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$
- ❒ Définition de l'implication, négation d'une implication
- ❒ Principe du raisonnement par contraposée
- ❒ Principe de récurrence (à un terme, à deux termes, forte)

Démonstrations

- ❒ Pour tout réel x strictement positif, $\ln x \leq x - 1$.
- ❒ $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
- ❒ Toute fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ se décompose de manière unique comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.

PROGRAMME 4 : du 09/10 au 13/10

Reprise du début raisonnement et calculs et fin du chapitre

- ★ Factorielle. Coefficients binomiaux. Notation $\binom{n}{p}$. Relation $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$.
  Formule du triangle de Pascal.
- ★ Somme d'une famille finie de nombres réels. Notation $\sum_{i=1}^{n} a_i$.
  Sommes télescopiques, exemples de changements d'indices.
  Calcul de $\sum_{k=0}^{n} k$, $\sum_{k=0}^{n} k^2$, $\sum_{k=0}^{n} k^3$, $\sum_{k=0}^{n} q^k$, $\sum_{k=p}^{n} q^k$ où $q \in \mathbb{R}$.
  Factorisation de $a^n - b^n$ pour $n \in \mathbb{N}^*$ et a, b réels.
  Formule du binôme de Newton dans $\mathbb{R}$.
  Produits téléscopiques. Produit de deux sommes finies.
- ★ Sommes doubles. Sommes triangulaires.
- ★ Produit d'une famille finie de nombres complexes. Notation $\prod_{i=1}^{n} a_i$.
  Produits téléscopiques. Produit de deux sommes finies.

Un énoncé au choix à demander

Lorsque l'on énonce un résultat, bien définir tout ce dont on a besoin.

- ❒ Définition de l'implication, négation d'une implication
- ❒ Principe du raisonnement par contraposée
- ❒ Principe de récurrence (à un terme, à deux termes, forte)
- ❒ Définition de $\binom{n}{p}$ et formule du triangle de Pascal
- ❒ Sommes usuelles : $\sum_{k=0}^{n} k, \sum_{k=0}^{n} k^2, \sum_{k=0}^{n} k^3$ où $n \in \mathbb{N}$
- ❒ $\sum_{k=0}^{n} q^k$ où $n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}$ puis $\sum_{k=p}^{n} q^k$ pour $0 \leq p \leq n$
- ❒ Factorisation de $a^n - b^n$, $a^3 - b^3, a^3 + b^3$
- ❒ Formule du binôme de Newton
- ❒ Écrire de deux manières $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} a_{i,j}$

Démonstrations

- ❒ Toute fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ se décompose de manière unique comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
- ❒ *Exercice fait en TD* : Retrouver $\sum_{k=1}^{n} k^2$ sans récurrence.
- ❒ Formule du binôme de Newton.