Introduction : les différents régimes

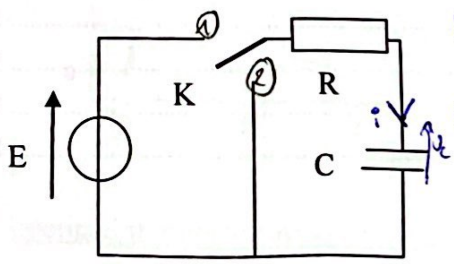
Lors du changement d'alimentation d'un circuit, on observe deux moments :

- Premier moment : le régime transitoire. Il dépend des conditions initiales et s'amortit rapidement.
- Deuxième moment : le régime permanent (ou établi ou forcé). Il est indépendant des conditions initiales et dure jusqu'au prochain changement.

On étudie deux régimes transitoires particuliers :

- le régime libre : c'est le régime que l'on observe lorsqu'on laisse évoluer un circuit ne contenant pas de sources, avec des conditions initiales non nulles.
- la réponse à un échelon de tension ou de courant. Ce régime correspond à l'établissement d'un régime continu.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Elec/Transitoire/chargeRC_TS.php



K en position ①, charge du condensateur

U_C passe de 0 à E

le condensateur se comporte comme un récepteur

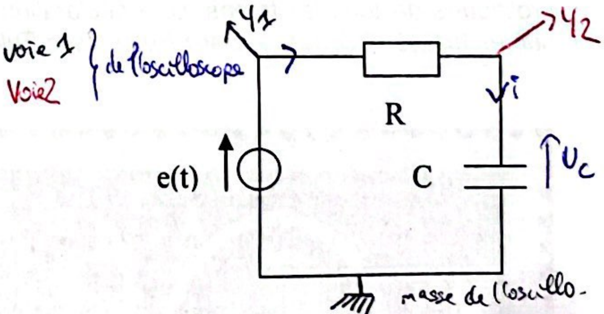
K en position ②, décharge du condensateur

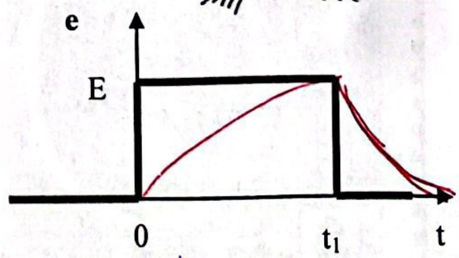
il se comporte en générateur

$i<0$, circule en sens inverse de la flèche

$i \to 0$, $U \to 0$, dissipation de l'énergie par effet Joule dans la Résistance.

On utilise en général un GBF (générateur basses fréquences) avec un signal créneau, plutôt que d'utiliser un générateur continu avec un interrupteur. cf TP3.





$t_1 \geq 5\tau = 5RC$ pour que le condensateur se charge totalement

$t - t_1 \geq 5\tau$

I Circuit RC série

1.) Condensateur idéal.

a) Définition

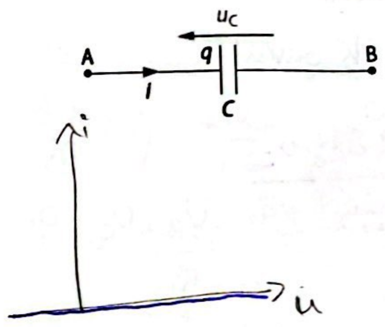
Pour un condensateur idéal en convention récepteur, la tension et charge sont liés par la loi :
$u(t) = \frac{q(t)}{C}$ où C est la capacité du condensateur , >0 et en Farad.
La tension et l'intensité sont liées par la loi : $i = C\frac{du}{dt}$, à démontrer.

Rq : $i = \frac{dq}{dt}$, par déf

où $q = C \times u_C$ $\Rightarrow i = \frac{d(C u_C)}{dt} \Rightarrow i = C\frac{du_C}{dt}$.
car C cste .

En régime continu : ttes les grandeurs sont cste,
i, u sont cste.
$U_{cste} \Rightarrow i = C\frac{du_C}{dt} = 0$

donc un condensateur parfait équivaut à un interrupteur ouvert.



b) Puissance et énergie reçues : $\boxed{\mathcal{E}_C = \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}}$

Propriété : La tension aux bornes d'un condensateur et sa charge sont des fonctions continues du temps (au sens des mathématiques).

Puissance instantanée reçue :

$P(t) = u(t) \times i(t)$ en CVR.

$\Rightarrow P(t) = u(t) \times C\frac{du_C}{dt}$

$\Rightarrow P(t) = C \times u(t) \times \frac{du}{dt}$

or $P(t) = \frac{d\mathcal{E}}{dt}$

Rq : $[f^2(t)]' = 2f'(t)f(t)$, ici, $u(t) = f(t)$

$\underbrace{\left[\frac{1}{2}Cu^2(t)\right]'}_{\text{la primitive}} = \frac{1}{2}C \times 2u(t) \times \frac{du}{dt}$

$= \underbrace{\frac{2}{2}C \times u(t) \times \frac{du}{dt}}_{\text{ce qu'on a}} = P(t)$.

donc $\underset{i}{\mathcal{E}} = \frac{1}{2}Cu^2(t)$ ***.
énergie stockée dans le condensateur

or $u = \frac{q}{C} \Rightarrow C = \frac{q}{u}$.

donc $\mathcal{E} = \frac{1}{2}\frac{C \times q^2}{C^2}$

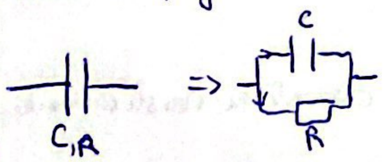
$\Rightarrow \mathcal{E} = \frac{q^2}{2C}$

Des discontinuités sur l'énergie entraînent des valeurs infinies pour la puissance car $P = \frac{d\mathcal{E}}{dt}$.
or P ne peut pas être infinie.
donc $\mathcal{E}_C$ est une fonction continue du temps.

c) Condensateur réel

Il est constitué de deux plaques conductrices séparées par un isolant. L'isolant peut ne pas être parfait, et laisser passer un peu de courant. (en TP : C = 0,1 µF)

condensateur parfait :



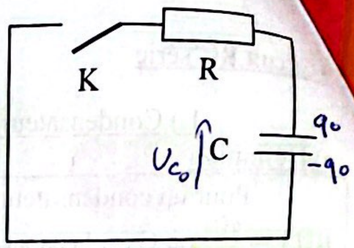
l'isolant ne laisse passer aucun courant (i = 0)

donc $R\infty \Leftrightarrow$ interrupteur ouvert

donc

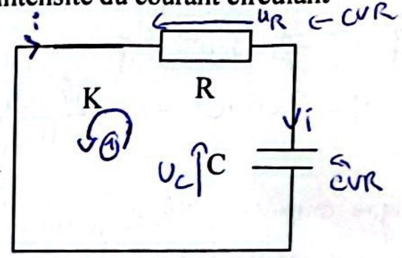
2.) Régime libre

Avant fermeture de l'interrupteur K, le condensateur est chargé et aucun courant ne circule dans le circuit.



pour $t<0$, K ouvert
$\begin{cases} i=0 \\ u_C = u_{C0} \end{cases}$ $q = u_{C0} = q_0$.

A t=0, on ferme l'interrupteur. Pour t>0, on cherche à observer l'évolution de la tension aux bornes du condensateur, ainsi que la charge portée par l'armature du condensateur, et l'intensité du courant circulant dans ce circuit.



Pour $t \geq 0$, K fermé.

. u_c => sens de i
=> u_R en CVR.

① Equa diff sur u_C

Loi des mailles en ①: $U_R + U_C = 0$.

Loi d'Ohm en CVR: $U_R = Ri$.

$\Rightarrow Ri + U_C = 0$.

$\Rightarrow i = C\frac{du_c}{dt}$ (CVR)

$\Rightarrow RC\frac{dU_c}{dt} + U_C = 0$.

$\Rightarrow \frac{dU_c}{dt} + \frac{U_c}{RC} = 0$.

② Resolution: $\frac{dU_c}{dt} = -\frac{U_c}{RC}$

$\Rightarrow \boxed{U_c(t) = A\exp\left(\frac{-t}{RC}\right)}$ à apprendre ♡ la solution

Rq: Separation de variables (démo solution).

$\int \frac{dU_c}{dt} = \int -\frac{dt}{RC}$ ①''

$\int \frac{1}{x}dx = \ln x + cste_1$.

$\int \frac{-dt}{RC} = \int -\frac{1}{RC} \times dt = \frac{-1}{RC}\int dt = -\frac{1}{RC} \times t + cste_2$.

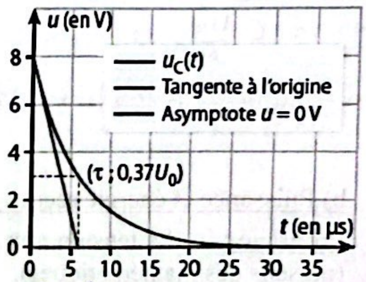
①'' $\Rightarrow \ln U_c + cste_1 = -\frac{t}{RC} + cste_2$

$\Rightarrow \ln(U_c) = -\frac{t}{RC} + cste_2 - cste_1$

$\Rightarrow \exp(\ln(U_c)) = e^{-\frac{t}{RC} + cste}$

$\Rightarrow U_c = e^{cste} \times e^{-\frac{t}{RC}}$.

$\Rightarrow U_c = A e^{-\frac{t}{RC}}$ avec A cste



③. Determination de la cste A.

$\mathcal{E}_C = \frac{1}{2}Cu_c^2$ est une fonction continue du temps, donc u_c est aussi une fonction continue.

donc $u_c(t=0^-) = u_c(t=0^+)$.
juste avt fermeture de K — juste après fermeture de K

$\lim_{t \to 0^-} u_c = \lim_{t \to 0^+} u_c$

Or $\begin{cases} U_c(t=0^-) = U_{c_0} \\ U_c(t=0^+) = A\exp -\frac{0}{RC} = A. \end{cases}$ C.I + resultat

donc $\boxed{A = U_{c_0}}$ donc $u_c(t) \begin{cases} U_{c_0} e^{-\frac{t}{RC}} & \text{pour } t \geq 0. \\ U_{c_0} & \text{pour } t \leq 0 \end{cases}$

Rq: ① $Ri + u_c = 0$ (eq maille)

à $t=0^+$, $Ri(t=0^+) = -u_c(t=0^+)$.

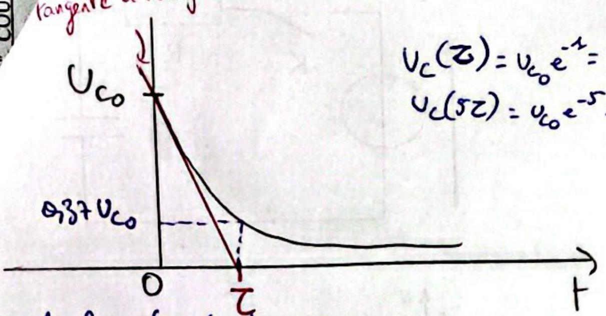
$\Rightarrow i(t=0^+) = \frac{-u_c(0^+)}{R}$

$\Rightarrow i(t=0^+) = \frac{-U_{c_0}}{R}$

et $i(0^-) = 0$.

donc i est une fonction discontinue dans le condensateur

4) Tracé de $u_c(t)$



$u_c(\tau) = u_{c0}e^{-1} = 0{,}37\,u_{c0}$.
$u_c(5\tau) = u_{c0}e^{-5} = 0{,}007\,u_{c0} \approx 0$

τ est la cste de temps.

$\rightarrow \boxed{u_c(t) = u_{c0}\, e^{-\frac{t}{\tau}}}$ souvent faut s'arrêter là

5) Autres grandeurs.

que si demandée

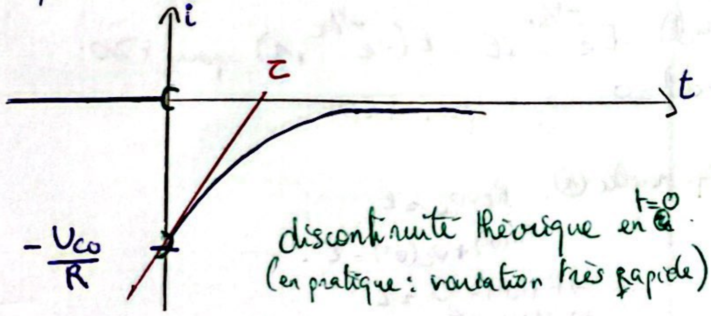
- Courant : $i = \frac{du_c}{dt} \times C$.

Ou eq. de maille ①, $Ri + u_c = 0$. pour $t>0$.

$\Rightarrow i = -\frac{u_c}{R}$ or $u_c = u_{c0}e^{-t/\tau}$.

donc $i = -\frac{u_{c0}}{R}e^{-t/\tau}$ pour $t>0$.

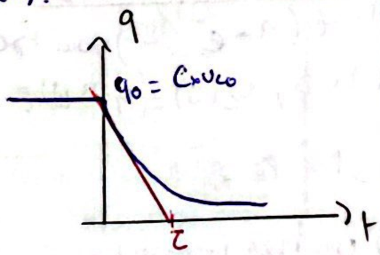
$i = 0$ pour $t<0$.



discontinuité théorique en $t=0$ (en pratique : variation très rapide)

- charge : $q(t) = C \times u_c(t)$.

$q = q_0 \exp(-\frac{t}{\tau})$



Rq1 : Calcul de la tangente en 0 pour u_c

T : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.
↳ tangente à la courbe en a

$u_c(t) = u_{c0}e^{-\frac{t}{RC}}$ pour $t \geq 0$.

$\frac{du_c}{dt} = u_{c0} \times \frac{-1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$

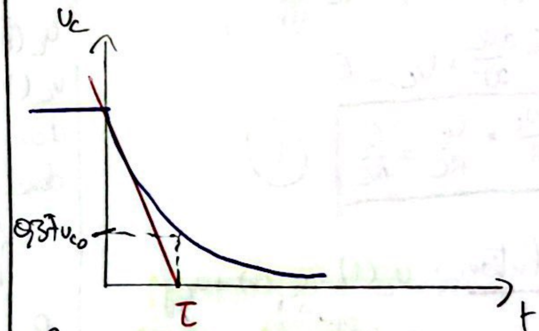
$u_c(0) = u_{c0}$

donc $\frac{du_c}{dt}(0) = \frac{-u_{c0}}{RC}$

donc $T_0 : y = \frac{-u_{c0}}{RC}(t-0) + u_{c0}$.

$\Leftrightarrow y = -\frac{u_{c0}}{RC}t + u_{c0}$.

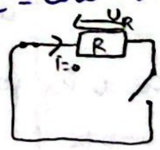
$\Leftrightarrow y = u_{c0}(-\frac{1}{RC}t + 1)$



Rq2 : Circuit équivalent à l'∞

$i = C\frac{du_c}{dt}$. On est en régime permanent continu, toutes les grandeurs sont ctes.

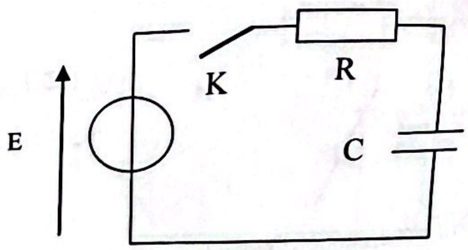
u_c = cste $\Rightarrow i=0$ C ~ un interrupteur ouvert



$i=0$ à $t\infty$
$U_R = Ri = 0$ à $t\infty$
OR $u_c + u_R = 0$ (① eq. maille)
$\Rightarrow u_c = 0$ à $t\infty$.

~ : équivalent

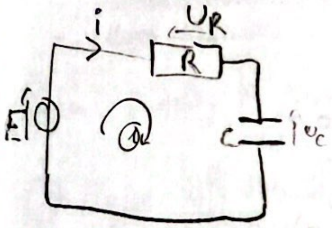
3.) Réponse à un échelon de tension



Pour $t<0$:
Condensateur déchargé, $u_c=0$, $q=0$
K ouvert depuis lgt donc $i=0$.

à $t=0$, on ferme K

Pour $t>0$:

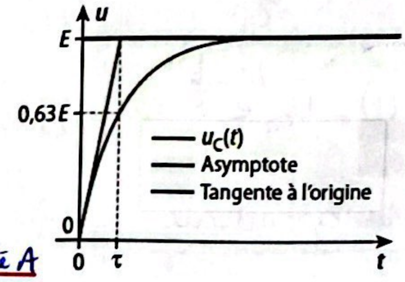


① Equa diff sur U_C : $E-U_R-U_C=0$.
$\Rightarrow U_R+U_C=E$ où $U_R=Ri$ en CVR
et $i=C\frac{du_c}{dt} \Rightarrow U_R=RC\frac{du_c}{dt}$.
donc $RC\frac{du_c}{dt}+U_C=E$.
$\Rightarrow \boxed{\frac{du_c}{dt}+\frac{u_c}{RC}=\frac{E}{RC}}$ (1')

② Résolution : $u_c(t)=u_{cl}(t)+u_{cf}$
solution libre   solution forcée

• Solution libre : solution de l'eq (sans 2nd membre)
$\frac{du_{cl}}{dt}+\frac{1}{RC}u_{cl}=0 \Rightarrow \frac{du_{cl}}{dt}=-\frac{1}{RC}u_{cl}$
$\Rightarrow u_{cl}=Ae^{-t/RC}$.

• Solution forcée : Solution particulière de l'eq complète, de même type que le 2nd membre
Ici $\frac{E}{RC}$ cste donc u_{cf} cste aussi.
$\frac{du_{cf}}{dt}+\frac{1}{RC}u_{cf}=\frac{E}{RC}$
0
$\Rightarrow u_{cf}=E$.
donc $u_c(t)=Ae^{-t/RC}+E$.



③ - Détermination de la cste A
$\mathcal{E}_c=\frac{1}{2}Cu_c^2$ est une fonction continue du temps, donc u_c aussi
$u_c(t=0^-)=u_c(t=0^+)$
juste avt fermeture   juste après fermeture.

$u_c(t=0^-)=0$.
$u_c(t=0^+)=Ae^{-0/RC}+E=A+E$.
d'où $A+E=0 \Rightarrow A=-E$.
donc $\begin{cases} u_c(t)=-Ee^{-t/RC}+E=E(-e^{-t/RC}+1) & \text{pour } t\geq 0 \\ u_c(t)=0 & \text{pour } t\leq 0 \end{cases}$

Rq : eq. maille ① : $Ri+u_c=E$
$Ri(0^+)+u_c(0^+)=E$.
$\Rightarrow Ri(0^+)+0=E$
$\Rightarrow i(0^+)=\frac{E}{R}$.

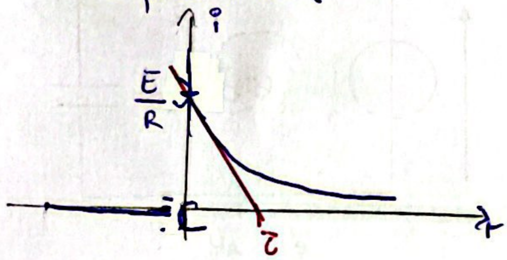
④ Tracé de la courbe :
$u_c(t)=E(1-e^{-t/\tau})$ pour $t\geq 0$ où $\tau=RC$. cste de temps.
pour $t=\tau$, $u_c(\tau)=(1-e^{-1})E=0{,}63E$.

s'arrêter là si la suite n'est pas demandée.

⑤ autres Grandeurs :
• Charge : $U_c=\frac{q}{C} \Rightarrow q=Cu_c$
• Intensité : ① $\rightarrow Ri+U_c=E$
$\Rightarrow i=\frac{E-U_c}{R}$. or $U_c=E-Ee^{-t/RC}$.
$\rightarrow i=\frac{\cancel{E}-\cancel{E}-Ee^{-t/RC}}{R}$
$\Rightarrow i=-Ee^{-t/RC}\times\frac{1}{RC}$.

$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$ pour $t > 0$.

$i = 0$ pour $t < 0$.

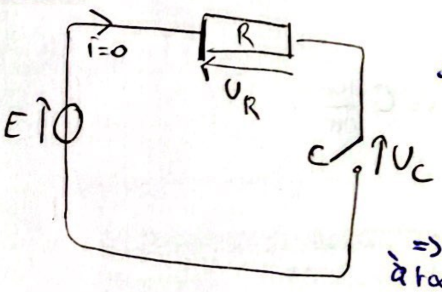


Rq : Schéma équivalent à $t\infty$.

$i = C\frac{dU_c}{dt}$ tte les grandeurs sont cstes.

$i = 0 \Rightarrow C \sim$ inter. ouvert.

à $t\infty$:

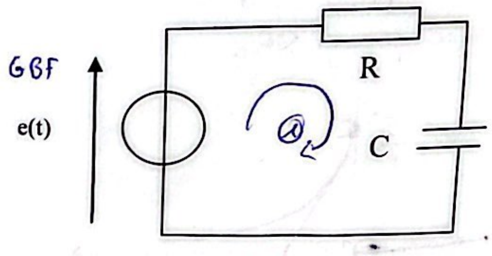


éq. mailles

$E = U_R + U_C$.

$\underset{\text{à } t\infty}{\Rightarrow} U_C = E$.

4.) Aspect énergétique



Eq. de maille :

① $e = U_R + U_C$

$\Rightarrow e = Ri + U_C$

$(\times i)$

$\Rightarrow ei = Ri^2 + U_C i$ ← on fait apparaître les puissances

$\Rightarrow ei = Ri^2 + U_C \times C \dfrac{du_C}{dt}$

$\Rightarrow ei = Ri^2 + \dfrac{d(\frac{1}{2}Cu_C^2)}{dt}$

$\Rightarrow \boxed{\underbrace{ei}_{\text{en CVG}} = \underbrace{Ri^2 + \dfrac{d\mathcal{E}}{dt}}_{\text{en CVR}}}$

$\Rightarrow P_{\text{fournie généré}} = P_{\text{reçue par R}} + P_{\text{reçue par C}}$.

Bilan reçue entre $t=0$ et t.

$$\int_0^t ei = \int Ri^2 dt + \int \frac{d\mathcal{E}}{dt} dt$$

$\mathcal{E}_{\text{fournie}}$ (CVG) $= \mathcal{E}_{\text{reçue R}}$ (CVR) $+ \mathcal{E}_{\text{reçue C}}$ (CVR).

- entre $t=0$ et $t\infty$

Énergie reçue par C de $t=0$ à $t\infty$

$$\mathcal{E}_{C_{0\to\infty}} = \int_0^\infty d\mathcal{E} = [\mathcal{E}]_0^\infty = \left[\frac{1}{2}Cu_C^2\right]_0^\infty$$

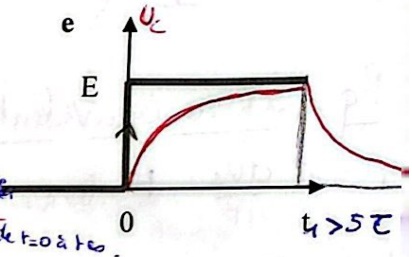
$$\Rightarrow \mathcal{E}_{C_{0\to\infty}} = \frac{1}{2}C\left(u_C^2(\infty) - u_C^2(0)\right).$$

E, 0

$$\mathcal{E}_{C_{0\to\infty}} = \frac{1}{2}C(E^2 - 0^2) =$$

$\boxed{\mathcal{E}_{C_{0\to\infty}} = \frac{1}{2}CE^2.}$ ↳ Énergie stockée dans C.

Rq : $u_C(t=0)$ et $u_C(t\infty)$ peuvent être obtenus par la continuité en $t=0$ et un schéma équiv. à $t\infty$.



Énergie fournie par le généré de $t=0$ à $t\infty$.

$$\mathcal{E}_{\text{généré}_{0\to\infty}} = \int_0^\infty ei\,dt.$$

$= \int_0^\infty Ei\,dt$

$= E\int_0^\infty i\,dt$ or $i = C\dfrac{du_C}{dt}$.

$= E\int_0^\infty C\dfrac{du_C}{dt}dt$

$= EC\int_0^\infty du_C$.

$= EC\,(u_C(t\infty) - u_C(t_0))$

$= EC(E-0)$

$\boxed{\mathcal{E}_{\text{généré}_{0\to\infty}} = CE^2.}$ fournie par le généré

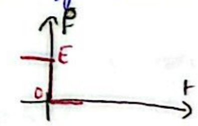
Énergie reçue par R : de $t=0$ à $t\infty$:

Bilan : $\mathcal{E}_{R_{0\to\infty}} = \mathcal{E}_{\text{généré}_{0\to\infty}} - \mathcal{E}_{C_{0\to\infty}} = CE^2 - \frac{1}{2}CE^2$

$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{R_{0\to\infty}} = \frac{1}{2}CE^2}$

↳ dissipée par effet Joules sous forme de chaleur

Rq : bilan pour les décharges.



$\mathcal{E}_{\text{généré}_{0\to\infty}} = \int_0^{+\infty} ei\,dt = 0$.

$\mathcal{E}_{C_{0\to+\infty}} = \left[\frac{1}{2}Cu_C^2\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{2}C(u_C^2(\infty) - u_C^2(0))$

$U_C(0) = U_{C_0}$ (déjà chargé)

$U_C(+\infty) = 0$

$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{C_{0\to+\infty}} = -\frac{1}{2}Cu_{C_0}^2}$

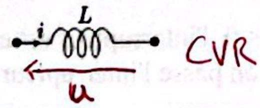
$\mathcal{E}_C(\text{reçue}) < 0 \Rightarrow$ C se comporte c un généré, il fournit de l'$\mathcal{E}$.

$\mathcal{E}_{R_{0\to+\infty}} = \mathcal{E}_{\text{généré}_{0\to+\infty}} - \mathcal{E}_{C_{0\to+\infty}}$

$= \frac{1}{2}CU_{C_0}^2$.

Ltte l'énergie de C est dissipée dans R.

II Circuit RL série



1.) Bobine idéale.

a) Définition

Pour une bobine idéale en convention récepteur, la tension et l'intensité sont liés par la loi : $u = L\frac{di}{dt}$ où L est l'inductance propre de la bobine. en Henry (H).

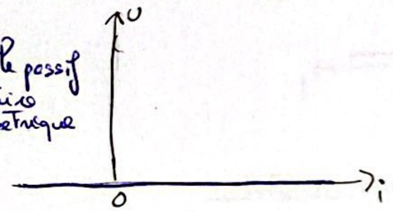
Ordres de grandeur de l'inductance :
L varie de quelques µH (1 spire) à quelques mH (1000 spires sans noyau de fer)
$L \cong 1H$ pour une bobine de 1000 spires avec noyau de fer
$L \cong 10$ H à 100 H pour les électroaimants

L = 0,1 H en TP.

En régime continu, ttes les grandeurs u et i sont cste dans le circuit.

i = cste $\Rightarrow u = L\frac{di}{dt} = 0$ $\Rightarrow$ la bobine idéale équivaut à 1 fil

dipôle passif linéaire symétrique



b) Puissance et énergie reçues : $\boxed{\mathcal{E}_L = \frac{1}{2}Li^2}$

Propriété : L'intensité dans une bobine est une fonction continue du temps (au sens des mathématiques).

Puissance reçue par la bobine idéale.

$P(t) = u(t)i(t) = iL\frac{di(t)}{dt}$.

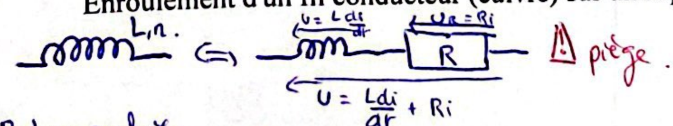
(Rq: $(f^2)' = 2ff'$
$(\frac{1}{2}Li^2)' = \frac{1}{2}L \times 2 \times i \times \frac{di}{dt} = Li\frac{di(t)}{d(t)}$)

Or $P = \frac{d\mathcal{E}}{dt}$, donc $\boxed{\mathcal{E}_L = \frac{1}{2}Li^2}$.

L'énergie $\mathcal{E}_L$ est une fonction continue du temps donc i aussi.

c) Bobine réelle

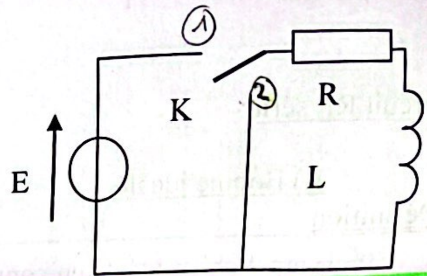
Enroulement d'un fil conducteur (cuivre) sur un support non magnétique, ou sans support.



Bobine parfaite : r = 0.
On la remplace par un fil

2.) Régime libre

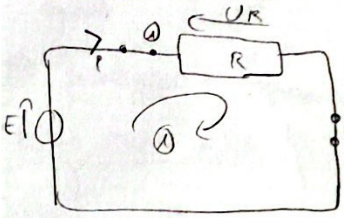
Pour t < 0, l'interrupteur est en position 1 depuis très longtemps.
A t=0, on passe l'interrupteur en position 2.



Méthode :
1. Equation de maille, qui permette de trouver une équation différentielle sur la grandeur qui nous intéresse.
2. Résolution de l'équation : solution complète = solution libre + solution forcée.
3. Détermination des constantes, en utilisant la continuité du courant dans une bobine et de la tension aux bornes d'un condensateur.

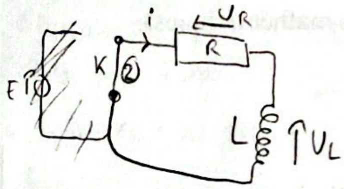
Pour $t<0$: Régime permanent continu

toutes les grandeurs sont cste (i, u)
or i = cste et $u = L\frac{di}{dt} = 0$ donc $L \approx$ fil



$\Rightarrow U_R = E$ pour $t<0$.
or $U_R = Ri \Rightarrow \boxed{i = \frac{E}{R}}$ pour $t<0$.

Pour $t \geq 0$.



① Eq diff. sur i : eq de maille :

① $U_R + U_L = 0$ où $U_R = Ri$ (CVR)

$\Rightarrow Ri + U_L = 0$ où $U_L = L\frac{di}{dt}$. (CVR)

$\Rightarrow Ri + L\frac{di}{dt} = 0$

$\Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0}$ (1')

② Résolution : 2nd membre nul donc pas de sol forcée

$\Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i$

on cherche une primitive.

$\Rightarrow \int\frac{di}{i} = \int -\frac{R}{L}\,dt$.

$\ln i = -\frac{R}{L}t + \text{cste} \Rightarrow i = Ae^{-\frac{R}{L}t}$ où $A = e^{\text{cste}}$

③ Détermination des cste :

$\mathcal{E}_L = \frac{1}{2}Li^2$ est continue donc i continue

$\Rightarrow i(t=0^-) = i(t=0^+)$.

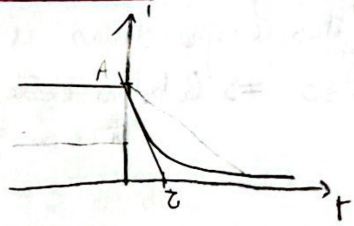
$\begin{cases} i(0^-) = \frac{E}{R} & \text{pour} \\ i(0^+) = Ae^0 = A. \end{cases}$

$\Rightarrow A = \frac{E}{R} \Rightarrow \begin{cases} i = \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t} & \text{pour } t \geq 0. \\ i = \frac{E}{R} & \text{pour } t \leq 0. \end{cases}$

④ Courbe $i(t)$

$i = e^{-\frac{t}{\tau}} \times \frac{E}{R}$ où $\tau = \frac{L}{R}$

$i \to 0$
$t \to \infty$



⑤ Autres grandeurs :

• U_L :

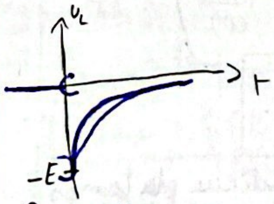
$U_L + U_R = 0 \Rightarrow U_L = -U_R$.

$\Rightarrow U_L = -Ri$

$\Rightarrow U_L = -R \times Ae^{-\frac{R}{L}t}$

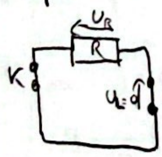
$\Rightarrow U_L = -R \times \frac{E}{R} \times e^{-\frac{R}{L}t}$.

$\Rightarrow U_L = -Ee^{-\frac{R}{L}t}$



$U_L = -Ee^{-\frac{R}{L}t}$ pour $t>0$.
$U_L = 0$ pour $t<0$.
$U_L = -E$ pour $t=0$.

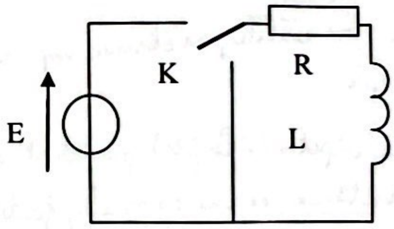
Rq 1 : Schéma équivalent à $t\infty$.



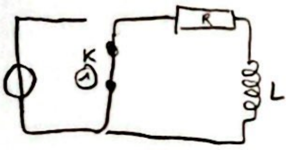
En régime permanent continu, $L \approx$ fil
$U_L = 0$.

Or ①, $U_R + U_L = 0 \Rightarrow U_R = 0 \Rightarrow i = 0$.

3.) Réponse à un échelon de tension

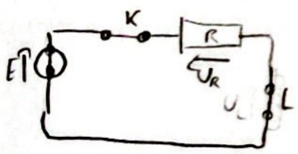


Pour $t<0$



Régime permanent continu ; toutes les grandeurs sont continues

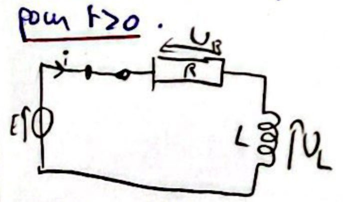
$u_L = L\frac{di}{dt} = 0$ pcq $L \sim$ fil



$U_L = 0$

à $t=0$, K passe en position 2

pour $t>0$.



① **Equa diff sur i :**

$U_L + U_R = E$.

or $U_L = L\frac{di}{dt}$ et $U_R = Ri$.

$\Rightarrow L\frac{di}{dt} + Ri = E$.

$\Rightarrow \boxed{i + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} = \frac{E}{L}}$ (1)

② **Résolution** : solution libre et solution forcée.

1) libre : $i + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} = 0$.

$i_\ell = Ae^{-\frac{L}{R}t}$

2) forcée : $\frac{E}{L}$ est constante donc i aussi

$i = cste$

donc $i_f + \frac{L}{R}\frac{di}{dt} = \frac{E}{R}$ $\Leftrightarrow$ $i + \frac{L}{R}\times 0 = \frac{E}{R}$ $\Leftrightarrow$ $i = \frac{E}{R}$.

donc $i = i_f + i_\ell \Rightarrow \boxed{i(t) = Ae^{-\frac{L}{R}t} + \frac{E}{R}}$ pour $t>0$

③ **Détermination des cste.**

$\mathcal{E} = \frac{1}{2}Li^2$ est continue du temps donc i l'est aussi.

$i(t=0^-) = i(t=0^+)$

$\begin{cases} i = Ae^{-\frac{L}{R}t} + \frac{E}{R} & \text{pour } t>0 \\ i = 0 & \text{pour } t<0. \end{cases}$

donc $Ae^0 + \frac{E}{R} = 0 \Rightarrow A = -\frac{E}{R}$.

$\Rightarrow i(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{L}{R}t} + \frac{E}{R}$

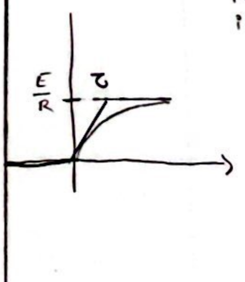
$\Rightarrow \boxed{i(t) = \frac{E}{R}\left(-e^{-\frac{L}{R}t} + 1\right)}$

④ **Tracé de la courbe.**

$i(t) = \frac{E}{R}\left(-e^{-\frac{t}{\tau}} + 1\right)$. où $\tau = \frac{L}{R}$.

$i(0) = 0$

$i \xrightarrow[t\to+\infty]{} \frac{E}{R}$



5 Autres grandeurs :

- U_L

$i = \frac{E}{R}\left(-e^{-\frac{L}{R}t}+1\right)$

$U_L + U_R = E$

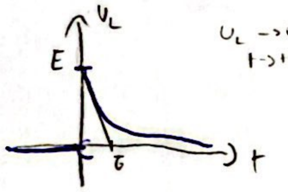
$\Rightarrow U_L = E - R_i$

$\Rightarrow U_L = E - R \times \frac{E}{R}\left(-e^{-\frac{t}{\tau}}+1\right)$

$\Rightarrow U_L = E - E\left(-e^{-\frac{t}{\tau}}+1\right)$

$\Rightarrow U_L = E\left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}} - 1\right)$

$\Rightarrow \begin{cases} U_L = E e^{-\frac{t}{\tau}} & \text{pour } t > 0 \\ U_L = 0 & \text{pour } t < 0. \end{cases}$



$U_L \to 0$
$t \to +\infty$

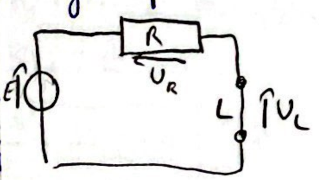
Rq 1 : On observe une discontinuité théorique de U_L. En réalité, on observe exp. une variation très rapide

Tous les dipoles (ñ les fils) possèdent en réalité une inductance et une capacité, faibles, mais qui assurent la continuité des grandeurs électriques

Rq 2 : Schéma équivalent à $t\infty$.

Régime permanent continu : L ~ fil

$\Rightarrow U_L = 0$.



$E = U_R + U_L$.

$\Rightarrow E = U_R + 0$.

$\Rightarrow i = \frac{E}{R}$ à $t\infty$.