

## Résumé de cours SE3. L'oscillateur harmonique

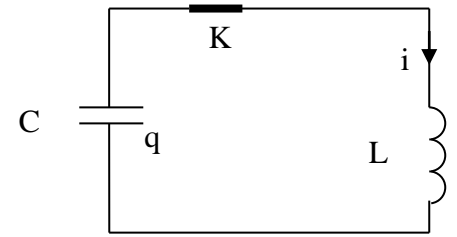
Oscillateur harmonique :  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$  où  $\omega_0$  est la pulsation propre.

Solution  $x(t) = a \cos(\omega_0 t) + b \sin(\omega_0 t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$  A est l'amplitude, positive et  $\varphi$  l'avance de phase.

### I. Oscillateur électrique : le circuit LC série en régime libre

A t = 0<sup>-</sup> :  $i = 0$  et  $u_C = u_{C0}$

A t = 0<sup>+</sup> : Par continuité :  $i = 0$  et  $u_C = u_{C0}$ .



Equation de maille avec  $i = C \frac{du_C}{dt}$  et  $u_L = L \frac{di}{dt}$  donc  $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \omega_0^2 u_C = 0$

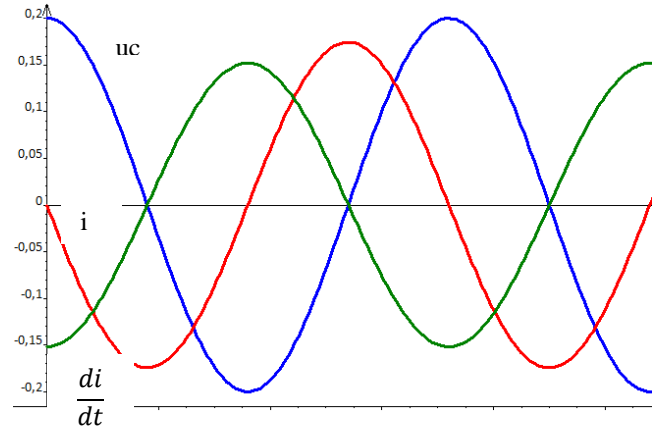
$u_C(t) = a \cos(\omega_0 t) + b \sin(\omega_0 t)$

Pulsation propre  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$     Période propre :  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

Bilan de puissance : Equation de maille que l'on multiplie par  $i$ .

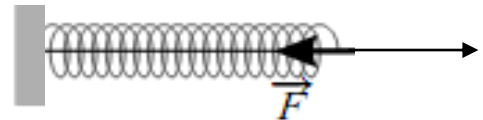
On obtient :  $\frac{d}{dt}(\mathcal{E}_C + \mathcal{E}_L) = 0$

où l'énergie de la bobine est  $\mathcal{E}_L = \frac{1}{2} L i^2$  et l'énergie du condensateur idéal est  $\mathcal{E}_C = \frac{1}{2} C u_C^2$



### II. Oscillateur mécanique : le ressort horizontal

Force de rappel du ressort :  $\vec{F}_r = -kx\vec{e}_x$  où le vecteur unitaire  $\vec{e}_x$  est dans le sens de l'allongement du ressort où  $x = \ell - \ell_0$



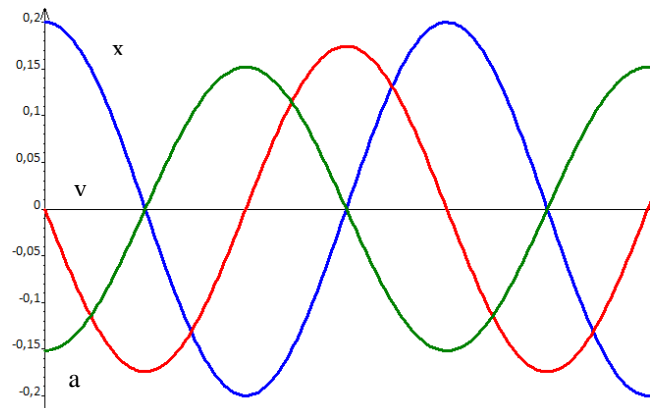
Loi fondamentale de la dynamique :  $m\vec{a}_M = \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{F}_r$  donne  $\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$

d'où  $x(t) = a \cos(\omega_0 t) + b \sin(\omega_0 t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$

Pulsation propre  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

A t = 0 :  $v = 0$  et  $x = x_0$

Calcul de déphasage :  $\varphi = \omega_0 \Delta t$



Energie potentielle élastique :  $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2 + cste$

Energie potentielle de pesanteur :  $E_{pp} = mgz + cste$  si z est l'altitude ( $\vec{e}_z$  vers le haut).

Energie cinétique :  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

Energie mécanique  $E_m = E_c + E_p = Cste$  si toutes les forces qui travaillent sont conservatives (en l'absence de frottement).  $E_m = E_m(t=0)$

