

Devoir surveillé n°1. Optique.
PTSI1. 30 Septembre 2023. 4 heures.

Les portables, les calculatrices ainsi que tous les documents sont interdits.

Toute communication entre élèves est interdite.

On tiendra compte de la présentation et de la rédaction pour la notation : On prendra soin de laisser quelques lignes en début de copie, ainsi qu'une marge pour la notation, d'encadrer les résultats, de numérotter les questions, de mettre les unités après les applications numériques, de numérotter les copies et d'indiquer le nombre de copies.

Le conjugué A' d'un point A , par une lentille mince sphérique, de centre optique O , de foyers F et F' , de distance focale image f' , vérifie les relations suivantes :

Pour $A \xrightarrow{(L)} A'$, on a : Relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$ et $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

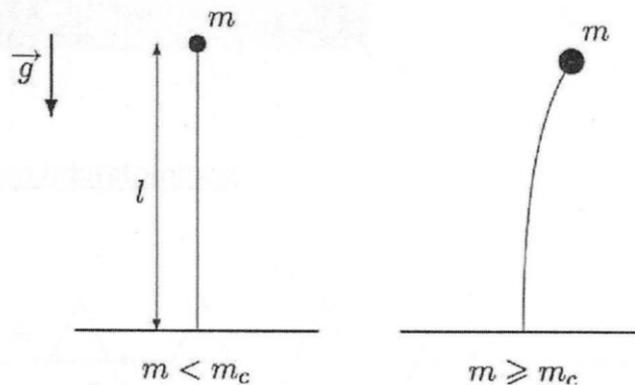
Relation de Newton : $\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -f'^2$ et $\gamma = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$

Problème n° 1. Dimensions

On s'intéresse à l'équilibre d'une tige mince, de longueur ℓ et de masse négligeable, encastrée verticalement dans le sol. La tige n'est pas complètement rigide, et peut fléchir sous l'action de forces extérieures.

Initialement, la tige est verticale. On observe expérimentalement le comportement suivant : on ajoute une première petite masse à son extrémité supérieure, la tige reste verticale. On ajoute ensuite ainsi progressivement des petites masses. La tige reste verticale, jusqu'à ce que la masse m ajoutée atteigne une certaine valeur critique m_c . Quand m est supérieure ou égale à m_c la tige fléchit (voir la figure).

Le but de l'exercice est : trouver par analyse dimensionnelle une expression de m_c en fonction des paramètres géométriques et physiques de la tige. Aucune connaissance préalable en élasticité des matériaux n'est nécessaire.



1. A l'aide de formules connues retrouver la dimension d'une énergie et de l'accélération de la pesanteur g .
2. La résistance à la flexion d'une tige est liée à une grandeur physique ε nommée raideur en flexion, caractéristique du matériau et de l'épaisseur de la tige.

Sachant que pour donner à la tige de longueur ℓ la forme d'un arc de cercle de rayon R , il faut lui

fournir une énergie $E_{flexion} = \frac{\varepsilon \ell}{2R^2}$, donner la dimension et l'unité de ε .

3. On suppose que la masse critique m_c ne dépend que de ε , de ℓ et de g . Trouver par analyse dimensionnelle la loi de puissance de m_c en fonction de ces paramètres.
On cherche une loi de la forme $m_c = k \cdot \ell^\alpha \cdot g^\beta \cdot \varepsilon^\gamma$ avec k constante sans dimension.

4. On fait l'expérience avec une règle métallique. On trouve que la règle fléchit pour une masse critique de 200 g. On coupe la règle en deux en son milieu de façon à ce que la nouvelle longueur considérée ℓ' soit deux fois plus petite. Quelle est la nouvelle masse critique à appliquer pour que la règle de longueur ℓ' fléchisse ?

Problème n°2. Etude de l'œil

1) Modélisation et étude de l'œil

Le cristallin de l'œil est modélisé par une unique lentille convergente et la rétine par un écran situé à la distance $d=20\text{mm}$ de la lentille.

- 1.1) Définir les notions d'accommodation, de punctum proximum PP et de punctum remotum PR.
- 1.2) Pour un œil sans défauts, le PP est situé à 20cm du cristallin et le PR est à l'infini.
- Quelle est la valeur de la distance focale image du cristallin lorsque l'œil regarde un objet à l'infini ? Faire une construction géométrique.
 - Même question lorsque l'œil regarde un objet situé au PP. Faire une construction géométrique.
 - Calculer l'écart relatif entre ces deux valeurs.

On rappelle que la vergence d'une lentille est l'inverse de sa distance focale image.

- 1.3) Un patient myope voit flou les objets situés à plus d'un mètre de distance. Il cherche des lentilles de contact pour corriger ce défaut. On rappelle que deux lentilles accolées forme un système optique équivalent à une lentille mince unique dont la vergence est la somme des vergences des deux lentilles.
- Calculer la vergence de l'œil du patient lorsqu'il regarde un objet à 1m de distance.
 - Calculer la vergence de la lentille de contact à placer sur l'œil du patient pour qu'il puisse voir net un objet à l'infini.

2) Lunette versus lentilles, questions pratiques

- 2.1) Par rapport aux lentilles, les lunettes limitent le champ angulaire de vision accessible. Un patient porte des lunettes à verres rectangulaires, de côté $l=2,5\text{cm}$ et $L=5\text{cm}$, et la distance entre l'œil et le verre de lunette est de $a=1,5\text{cm}$.

A l'aide d'un schéma, calculer, en degrés, l'angle de vision que l'on a à travers ces lunettes dans les deux directions. On donne le tableau de valeurs suivant :

$\theta(^{\circ})$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
$\tan(\theta)$	0,09	0,18	0,27	0,36	0,47	0,58	0,70	0,84	1,00	1,19	1,43	1,73	2,14	2,75
$\cos(\theta)$	1,00	0,98	0,97	0,94	0,91	0,87	0,82	0,77	0,71	0,64	0,57	0,50	0,42	0,34
$\sin(\theta)$	0,09	0,17	0,26	0,34	0,42	0,50	0,57	0,64	0,71	0,77	0,82	0,87	0,91	0,94

- 2.2) Qu'est-ce qu'un verre progressif ?

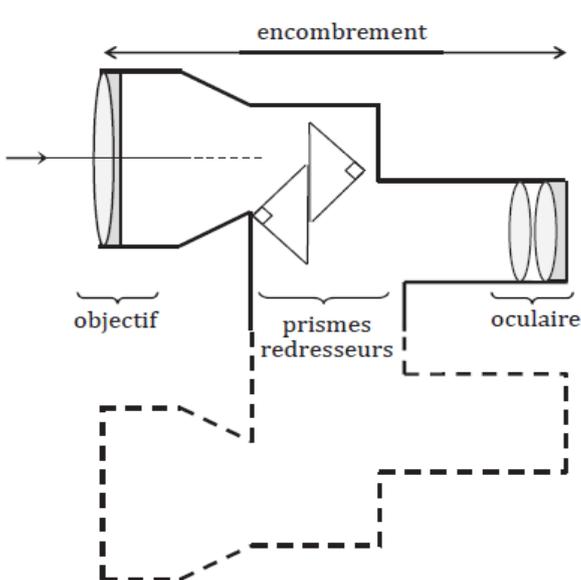
Problème n° 3. Jumelles de mesure.

Le cinémomètre est constitué de deux sous-ensembles (Figure 2) :

- un *dispositif optique*, identique à celui d'une paire de jumelles courantes, dont la fonction est de permettre à l'opérateur de viser la cible ;
- et un *dispositif de mesure*, constitué d'un émetteur laser, d'un récepteur laser et d'une chaîne de traitement du signal, dont la fonction est de déterminer la vitesse de la cible.



Figure 2 : le cinémomètre laser



Caractéristiques optiques du cinémomètre	
Grossissement	$\times 7,0$
Focale de l'oculaire	25 mm
Longueur de l'hypoténuse des prismes	10 mm
Encombrement	17 cm
Indice de réfraction des prismes	1,5

Figure 3 : coupe de la partie optique des jumelles

Détermination de la longueur focale

Dans un premier temps, on ne tient pas compte des prismes. On modélise l'optique des jumelles par deux lentilles convergentes L_{ob} et L_{oc} de distances focales respectives f_{ob}' et f_{oc}' et de centres optiques respectifs O_{ob} et O_{oc} . La modélisation correspondante est donnée Figure 4.



Figure 4 : modélisation des groupes de lentilles

- Q.1. L'objectif et l'oculaire forment un système afocal.
- a. Qu'est-ce qu'un système afocal ?
 - b. Quel est l'intérêt d'un tel système pour un être humain ?
 - c. Reproduire sur votre copie la figure 4 et représenter le trajet d'un faisceau lumineux arrivant sur l'objectif et incliné d'un angle α orienté par rapport à l'axe optique. On notera α' l'angle orienté entre le faisceau émergent de l'oculaire et l'axe optique.
- Q.2.
- a. Etablir l'expression du grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ en fonction de f_{ob}' et f_{oc}' . Commenter son signe.
 - b. En déduire la valeur de f_{ob}' .
 - c. En déduire la valeur numérique de la longueur focale des jumelles, c'est-à-dire la distance $O_{ob}O_{oc}$.

Intérêt des prismes redresseurs

Entre les deux groupes de lentilles se trouve un dispositif composé de deux prismes droits, rectangles, isocèles, d'indice de réfraction n (voir Figure 3).

- Q.3.
- Tracer le cheminement du rayon arrivant sous incidence normale sur le premier prisme puis déterminer la valeur minimale de l'indice de réfraction des prismes.
 - Démontrer que la distance parcourue par le rayon lumineux dans un prisme est égale à la longueur h de l'hypoténuse.
 - Exprimer le chemin optique, c'est-à-dire la distance parcourue par ce rayon dans ces deux prismes accolés multipliée par l'indice de réfraction que le rayon a rencontré lors de son trajet, en fonction de n et h .
 - Retrouver la valeur de l'encombrement donné dans l'énoncé, obtenu par la différence entre la longueur focale et le chemin optique.
 - Quel est l'intérêt des prismes redresseurs ?

Problème n° 4. Etude d'un doublet

On effectuera les constructions sur la feuille annexe que l'on rendra avec la copie : on placera sur l'axe optique la seconde lentille, on indiquera la nature des lentilles, on indiquera la position des foyers principaux de chacune des deux lentilles

On considère une lentille convergente L_1 suivie à une distance $d = 5a$ d'une lentille convergente L_2 . Les distances focales valent respectivement $f'_1 = 2a$ et $f'_2 = a$.

- Construire sur deux dessins réalisés pour $a = 1\text{cm}$ la position des foyers objet F et image F' de l'ensemble des deux lentilles.
 - Déterminer par le calcul la position des foyers objet F et image F' de l'ensemble.
- Construire l'image d'un objet $\overline{AB} = a$, situé dans un plan de front tel que $\overline{O_1A} = -3a$, où A est sur l'axe optique. Mesurer la position et la taille de cette image.
 - Retrouver ces résultats par le calcul.

Problème n° 5. Constructions

Compléter la feuille annexe et la joindre à la copie

On prendra soin d'indiquer clairement les rayons de construction

Feuille annexe à rendre avec la copie

NOM :

Problème 5

1) Construire l'image A'B' de l'objet AB par la lentille

2) Construire l'objet AB de l'image A'B' par la lentille

Construction du foyer principal objet

Construction des image (L₁) ssives de l'objet AB