Devoir surveillé n°3. Electricité. Transformation de la matière.
PTSI1. 2 Décembre 2023. 4 heures.

Les portables, les calculatrices ainsi que tous les documents sont interdits.
Toute communication entre élèves est interdite.

On tiendra compte de la présentation et de la rédaction pour la notation : On prendra soin de laisser quelques lignes en début de copie, ainsi qu'une marge pour la notation, d'encadrer les résultats, de numéroter les questions, de mettre les unités après les applications numériques, de numéroter les copies et d'indiquer le nombre de copies.

Problème n° 1. Cinétique de dissociation.

Données : ln2=0,7 ; ln3=1,1

Cette partie se propose d'étudier la cinétique d'une transformation chimique en phase gazeuse, la dissociation du pentaoxyde d'azote. Cette transformation est d'ordre 1 et suit l'équation de réaction:

$$N_2O_5 \to 2NO_2 + \frac{1}{2}O_2$$

Cette réaction est réalisée vers 160 °C en phase gazeuse où on considère qu'elle est la seule à se produire. On admet de plus que tous les gaz se comportent comme des gaz parfaits et on note k la constante de vitesse. La réaction est étudiée dans un récipient de volume constant V.

À l'instant initial t = 0, on introduit N_2O_5 gazeux pur dans l'enceinte, à la concentration,

$$[N_2O_5]_0 = \frac{n(N_2O_5)_0}{V}$$

On note P_0 la pression initiale dans l'enceinte.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la « concentration » : $[N_2O_5] = n(N_2O_5)/V$.

2. Exprimer alors la concentration de N_2O_5, $[N_2O_5]$, en fonction de t, k et $[N_2O_5]_0 = n(N_2O_5)_0/V$.

3. Exprimer alors la pression partielle de N_2O_5, P_{N2O5}, en fonction de t, k et P_0.

4. Pratiquement, il est extrêmement difficile de mesurer directement des pressions partielles, alors que la mesure de la pression totale est très facile. Montrer que la pression totale P en fonction de t, k et P_0 suit la loi :

$$P = \frac{P_0}{2}\left(5 - 3\exp(-kt)\right)$$

5. Des mesures manométriques au cours du temps, de la pression totale, ont fourni le tableau de résultats suivants :

t(s)	0	600	1200	2400	3600	4800
P ($\times 10^5$ Pa)	0,46	0,64	0,77	0,94	1,05	1,09
1/P ($\times 10^{-5}$ Pa^{-1})	2,17	1,56	1,30	1,06	0,95	0,92
$3P_0/(5P_0-2P)$	1,00	1,35	1,82	3,29	6,90	11,50
$5P_0/(3P_0-P)$	2,50	3,11	3,77	5,23	6,97	7,93
ln(P)	10,74	11,07	11,25	11,45	11,56	11,60
$1/P^2$ ($\times 10^{-10}$ Pa^{-2})	4,73	2,44	1,69	1,13	0,91	0,84
$\ln((5P_0-2P)/3P_0)$	0,00	-0,30	-0,60	-1,19	-1,93	-2,44
$\ln((3P_0-P)/5P_0)$	-0,92	-1,13	-1,33	-1,65	-1,94	-2,07
$\ln((10P_0-3P)/2P_0)$	1,25	1,07	0,91	0,66	0,45	0,37

Quelle expression doit-on tracer en fonction du temps afin d'obtenir une droite ? Valider l'ordre de réaction en traçant la courbe appropriée sur la feuille de papier millimétrée jointe.

6. En déduire la valeur de la constante de vitesse k.

7. À 200 °C, il faut 3 minutes et 20 secondes pour que 2/3 de N_2O_5 ait réagi. Déterminer l'expression de la constante de vitesse à cette température, puis faire l'application numérique.

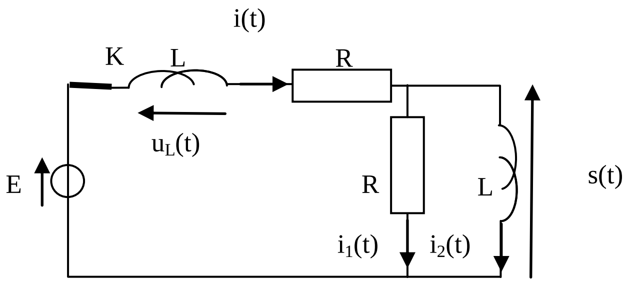
Déterminer l'expression du temps de demi-réaction à cette température, puis faire l'application numérique.

Que deviendrait-il si on réalisait la même manipulation en doublant la pression initiale ?

8. Déterminer l'expression littérale de l'énergie d'activation de cette réaction en fonction des températures T_1=160°C et T_2=200°C, des constantes de vitesse k_1 et k_2 à ces températures T_1 et T_2 et de la constante molaire des gaz parfaits R.

Problème n° 2. Circuit en régime transitoire

On s'intéresse au circuit ci-dessous formé de deux résistors de résistance R et de deux bobines d'inductance L.



A t = 0 $^-$, l'interrupteur K est ouvert depuis longtemps : les intensités sont toutes nulles.
A t = 0, on ferme l'interrupteur sur une source de tension de f.e.m. E constante.

1.) Déterminer les valeurs des grandeurs électrocinétiques i, i_1, i_2, u_L, s, $\frac{di}{dt}$, $\frac{di_2}{dt}$, $\frac{di_1}{dt}$ et $\frac{ds}{dt}$ à t=0$^+$.
2.) A l'aide d'un schéma équivalent, déterminer les valeurs des grandeurs électrocinétiques i, i_1, i_2, u_L et s pour $t \to +\infty$.
3.) Etablir pour $t > 0$ l'équation différentielle en s(t).
4.) Mettre cette équation sous forme canonique et en déduire les expressions de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q.
5.) Quel type de régime observe-t-on ?
6.) Donner la forme générale de la solution s(t) de cette équation.
7.) Tracer l'allure de la fonction s(t).
8.) Déterminer les constantes intervenant dans la solution s(t).

Problème n° 3. Oscillateur à quartz

Dans les récepteurs des signaux GPS on utilise des horloges à quartz.

Ces horloges utilisent les propriétés mécaniques et électriques (piézo-électricité) des cristaux de quartz dont le symbole et le schéma électrique équivalent sont donnés sur la figure 5.

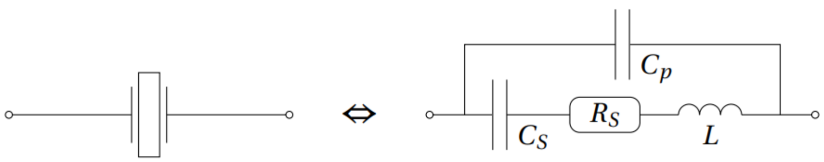


FIGURE 5 – Modèle électrique d'un quartz

Q1. - Établir l'expression simplifiée de l'impédance complexe $\underline{Z}$ du quartz en fonction de la pulsation ω **en négligeant la résistance** R_S et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{1}{jC_{eq}\omega} \frac{1-\dfrac{\omega^2}{{\omega_S}^2}}{1-\dfrac{\omega^2}{{\omega_P}^2}}.$$

Quelles sont les expressions de C_{eq}, ω_s et ω_p en fonction de L, C_s et C_p ?
Donner le module $|\underline{Z}|$ et le tracer en fonction de ω.

Q2. - Les valeurs numériques du modèle d'un quartz horloger prévu pour osciller à une fréquence $f_0 = 2^{15}$ Hz ont été mesurées avec précision et sont les suivantes :

$$L = 11\,395\,\text{H}\ ;\ C_S = 2{,}071 \times 10^{-15}\,\text{F}\ ;\ C_P = 3{,}05\,\text{pF}\ ;\ R_S = 28{,}57\,\text{k}\Omega.$$

Parmi ces quatre valeurs, quelles sont celles dont l'ordre de grandeur est inhabituel ?

Q3. Déterminer une valeur approchée de l'écart relatif $\frac{\omega_P-\omega_S}{\omega_P}$. On donne : $(1+x)^a \approx 1+ax$ pour $x \ll 1$. Commenter.

Problème n° 4. Amortisseur.

Les suspensions d'un véhicule ont pour objectif principal d'assurer la meilleure tenue de route possible, de façon à garantir la sécurité des occupants.
Il existe de nombreux types de suspensions dont le rôle est notamment de contrôler le déplacement vertical d'un véhicule.
Par la suite, nous allons nous intéresser aux suspensions à ressorts disposant d'amortisseurs rhéomagnétique (**figure 12**).
Différents éléments participent à l'amortissement mais tous les effets seront ramenés au niveau des suspensions dont seul le déplacement vertical est étudié.
L'étude est menée en référentiel galiléen et l'on note $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ l'accélération du champ de pesanteur.

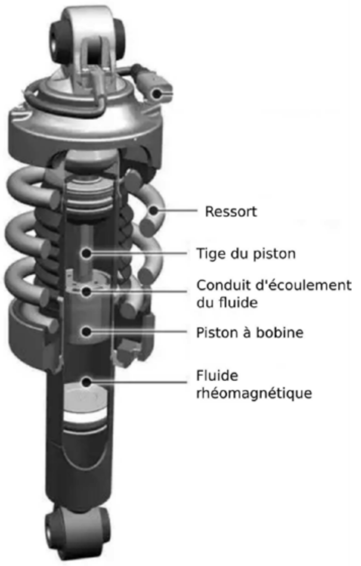


Figure 12 - Schéma d'une suspension à ressort avec amortisseur rhéomagnétique

Le véhicule, de masse M, repose de façon équivalente sur quatre amortisseurs supposés identiques. On note m la masse supportée par un seul amortisseur.

Q1. Quelle masse m supporte un amortisseur ?

Partie I - Suspension passive

I.1 - Suspension sans amortissement

On modélise la suspension sans amortisseurs d'une voiture par un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0, sur lequel repose la masse m (**figure 13**).

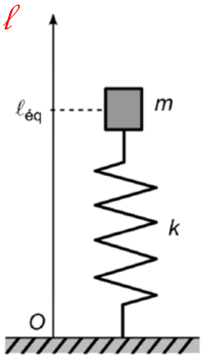
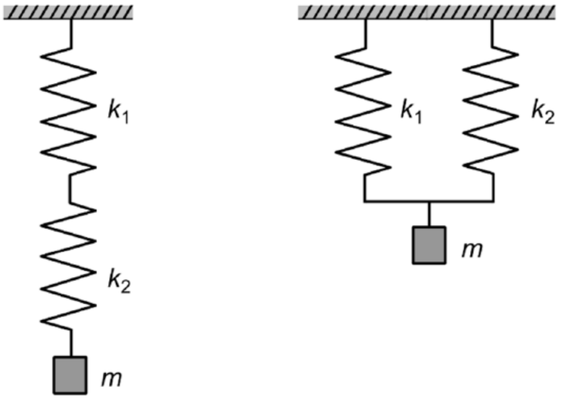


Figure 13 - Modélisation d'une suspension à ressort

Q2. Déterminer la longueur à l'équilibre du ressort, $\ell_{éq}$, en fonction de g, k, ℓ_0 et de m.

Q3. Déterminer l'équation différentielle du mouvement en ℓ (t). En déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 du système en fonction de k et de m. Vérifier l'homogénéité de cette expression en effectuant une analyse dimensionnelle.

Une association simple de deux ressorts peut se faire en série ou en parallèle (**figure 14**).
Soient deux ressorts de longueur à vide identique ℓ_0 et de constantes de raideur k_1 et k_2. Selon l'association réalisée, la constante de raideur équivalente vaut k_s en série ou k_p en parallèle.



Ressorts en série — Ressorts en parallèle

Figure 14 - Associations série et parallèle de deux ressorts

Q4. Démontrer que, pour une association de deux ressorts en parallèle, $k_p = k_1 + k_2$.

Q5. Les quatre amortisseurs étant supposés identiques, donner l'expression de la constante de raideur équivalente k_v de l'ensemble du véhicule, en fonction de la constante k de l'un d'entre eux.

Q6. En déduire l'expression de la pulsation propre de la voiture Ω_0 en fonction de ω_0.

I.2 - Suspension avec amortissement

Pour le confort des occupants du véhicule, il est préférable d'en réduire rapidement les oscillations. Pour ce faire, la suspension comporte un dispositif amortisseur (**figure 15**) qui exerce une force de frottement fluide $\vec{F}_f$.

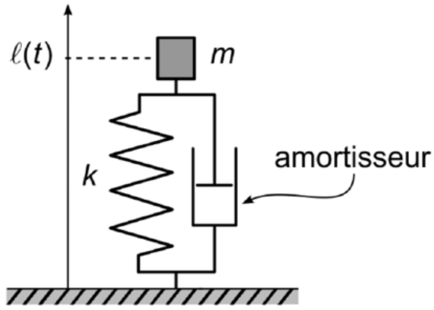


Figure 15 - Suspension avec amortisseur

La force de frottement fluide s'écrit :

$$\vec{F}_f = -h\frac{dz}{dt}\vec{e}_z$$

avec $z(t) = \ell(t) - \ell_0 + \dfrac{mg}{k}$ la variable repérant la position de la masse m à partir de sa position d'équilibre.

$\boxed{\text{Q7.}}$ Montrer que l'équation différentielle du mouvement vertical d'un amortisseur de la voiture soutenant la masse m se met sous la forme :

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = 0$$

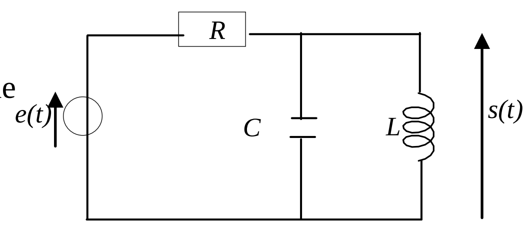
et déterminer les expressions de ω_0 et Q en fonction de k, h et de m.

$\boxed{\text{Q8.}}$ En déduire, en fonction de h et de m, la valeur limite k_c de k permettant le retour le plus rapide du système à sa position d'équilibre (régime critique).
Donner la forme générale de la solution. On prendra comme conditions initiales z(0)=0 et une vitesse initiale v_0 non nulle, donner alors l'allure de la courbe. A partir des conditions initiales, déterminer complètement la fonction z(t).

$\boxed{\text{Q9.}}$ Montrer que, si on charge le véhicule (en augmentant la masse), on passe en régime pseudo-périodique. Donner, dans ce dernier cas, la forme générale de la solution. Avec les mêmes conditions initiales qu'en Q8, donner l'allure de la courbe z(t).
On précisera l'expression de la pseudo-pulsation Ω des oscillations en fonction de ω_0 et de Q, puis en fonction de k, h et m.

Problème n°5. Etude d'un circuit en régime sinusoïdal forcé

On considère le circuit ci-contre alimenté en régime sinusoïdal forcé par une source idéale de tension $e(t)=E_m.\cos(\omega t)$. On cherche la tension s(t) sous la forme $s(t)=S_m.\cos(\omega t+\varphi)$.



1) Déterminer l'expression de l'amplitude complexe $\underline{S_m}$ associée à la fonction *s(t)* en fonction de E_m, R, L, C et ω.
2) Montrer que l'amplitude de *s(t)* se met sous la forme : $S_m = \dfrac{E_m}{\sqrt{f(\omega)}}$.
3) Etablir qu'il y a résonance pour la tension *s(t)*. On précisera la pulsation de résonance ω_r.
4) Que peut-on dire du déphasage entre *e(t)* et *s(t)* à la pulsation ω_r?
5) Tracer la courbe $S_m(\omega)$. De quel type de filtre s'agit-il ?

NOM :