Signaux Physiques SP1 Propagation d'un signal

Un mascaret dans la baie de Morecambe, au Royaume-Uni.

Le **mascaret** est un phénomène naturel très spectaculaire qui se produit sur une centaine de fleuves, rivières et baies dans le monde. Ce phénomène de brusque surélévation de l'eau d'un fleuve ou d'un estuaire est provoqué par l'onde de la marée montante lors des grandes marées. Il se produit dans l'embouchure et le cours inférieur de certains fleuves lorsque leur courant est contrarié par le flux de la marée montante. Imperceptible la plupart du temps, il se manifeste au moment des nouvelles et pleines lunes. Les mascarets les plus spectaculaires s'observent aux embouchures du Qiantang (Chine), du Hooghly en Inde et de l'Amazone au Brésil.

I Les différents signaux

1.) Nature des signaux

On appelle **onde** un phénomène physique dans lequel une perturbation locale se déplace dans l'espace sans qu'il y ait de déplacement de matière en moyenne. Toute grandeur physique, nulle dans l'état de repos et apparaissant avec la perturbation, est appelée **signal physique** transporté par l'onde.

Ondes longitudinales ou ondes de compression :

La perturbation locale se fait dans la direction de propagation.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/onde_longitudinale.php

Ondes transversales ou ondes de cisaillement :

La perturbation locale se fait perpendiculairement à la direction de propagation.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/onde_transversale.php

Type d'onde	Milieu de propagation	Signaux physiques
Ondes élastiques ex : séisme	solide	déplacement transversal ou longitudinal
Ondes sonores	fluide	surpression acoustique, vitesse (longitudinale)
Ondes électromagnétiques (ex : lumière du Soleil) Ondes de courant	vide câble de transmission	champ électrique, champ magnétique tension électrique, intensité électrique
Ondes gravitationnelles	vide	déformation de l'espace

→ surpression : $p = P - P_{atm}$ (instrument à vent)

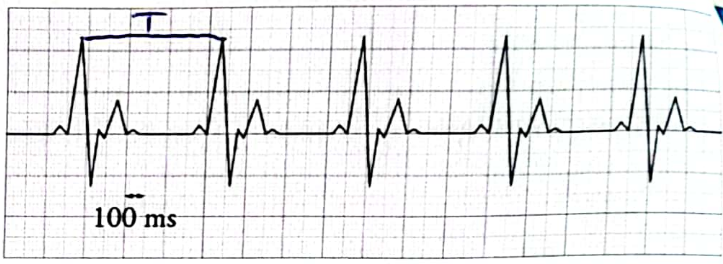
https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/cuve_ondes/propagation_onde_circulaire.php

Ex : Vagues sur une cuve à ondes :
Un souffleur au centre de la cuve crée des vagues (ondes circulaires émises en 1 point).
L'altitude du flotteur (bouée) en 1 point donné dépend du temps.
⇒ On étudie z altitude du flotteur, en fonction de la distance à la source $x = OM$ (O souffleur, M flotteur) et du temps ⇒ $\boxed{z(x;t)}$
Signal étudié : $s(x;t)$ dépend de 2 variables

2.) Signaux périodiques

ex : electrocardiogramme $T = 700\ ms$

$f = \frac{1}{T} = 1{,}4\ Hz$



Signal acoustique

La fréquence correspond à la **hauteur du son** : un son grave a une fréquence basse, un son aigu une fréquence élevée.

Le **domaine audible**, intervalle des fréquences f_{son} perçues par l'oreille humaine, s'étend de 20 Hz à 20 kHz.

Signal électromagnétique

$10\ Hz \leq f \leq 5\ GHz$ (WIFI) $f = 50\ Hz$ → fréquence secteur

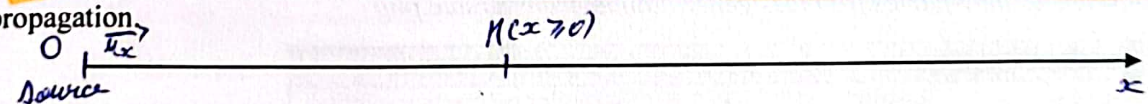
II Ondes progressives

1.) Définition

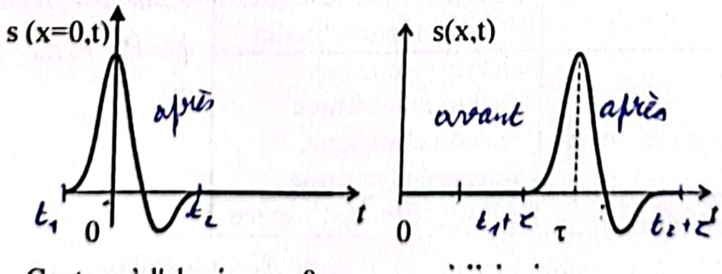
Onde progressive à une dimension : Onde qui ne se propage que dans une seule direction.
Caractérisée par une fonction s(x,t) représentant le signal physique.
Exemple : Pour une corde vibrante, s représente le déplacement dans la direction perpendiculaire à la corde.

Célérité c: Vitesse de propagation de l'onde dans le milieu considéré. $c \geq 0$

Hypothèse : L'onde est émise par la source au point O.
- On suppose que le milieu n'est pas dispersif : L'onde se propage sans déformation dans la direction des x>0.
- On suppose que le milieu n'est pas absorbant : L'amplitude de l'onde n'est pas atténuée lors de sa propagation.



Première expression : On place des capteurs enregistreurs à différents endroits. capteurs (= bouée sur un mât pour une vague)
https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/evolution_temporelle.php



Capteur à l'abscisse x=0

Capteur à l'abscisse x.

Figure 2.12 – Onde se propageant sans atténuation ni déformation dans le sens positif de (Ox), en deux points différents.

τ : le retard
temps mis par l'onde pour se propager de $x=0$ à x, à la vitesse c. $\boxed{\tau = \frac{x}{c}}$

Si l'onde se propage sans atténuation et sans déformation, le signal qui est en x à l'instant t, était celui qui était en x=0 à l'instant $t-\tau$, où τ est le retard.

$$\boxed{\begin{aligned} s(x;t) &= s(x=0;\ t-\tau) \\ &= s(x=0;\ t-\tfrac{x}{c}) \end{aligned}}$$

$$\boxed{s(x;t) = f(t - \tfrac{x}{c})}$$

t et x sont des variables liées

Scanné avec CamScanner

Deuxième expression : On prend des photographies à différents instants.
https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/retard.php

à $t=0$

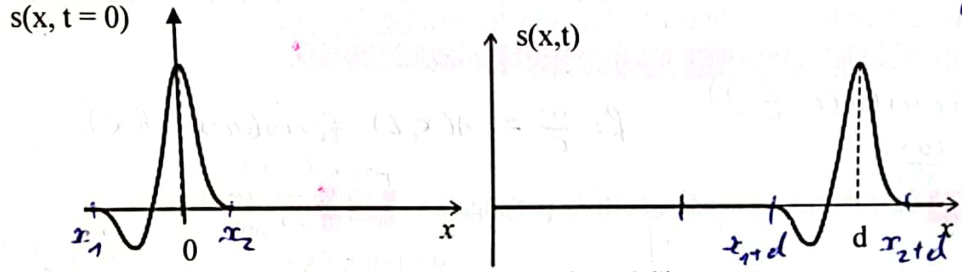


Photo à l'instant t = 0 — Photo à l'instant t

à $t \neq 0$
La distance parcourue par l'onde de $t=0$ à t est $\boxed{d=ct}$

Figure 2.13 – Onde se propageant sans atténuation ni déformation dans le sens positif de (Ox), à deux instants différents.

Propagation sans déformation ni atténuation

$s(x;t) = s(x-d\,;\,t=0)$ → le signal qui était en x à t, était en $x=d$ à $t=0$

$s(x;t) = s(x-ct\,;\,t=0) = F(x-ct)$

En l'absence d'atténuation ou de déformation, une onde progressive, se propageant à la vitesse c dans la direction (Ox) suivant + $\vec{u}_x$ s'écrit : $s(x,t) = f\left(t-\frac{x}{c}\right) = F(x-ct)$ ⚠ f et F ne sont pas identiques

- Renversement de la forme du signal si on obtient en fonction de t ou de x

- Rq1 : $s(x,t) = f\left(t-\frac{x}{c}\right) = F(x-ct)$

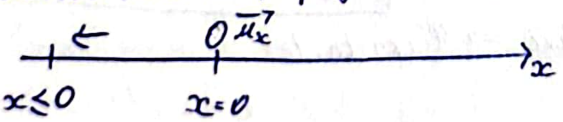
• $x=0$ $\quad f(t) = F(-ct)$

• $t=0$ $\quad F(x) = f\left(-\frac{x}{c}\right)$

On peut passer d'une fonction à l'autre par 1 changement de variable

- Rq2 : Important

Pour une onde se propageant suivant les $x\leq 0$ à la vitesse $c \geq 0$ (suivant $-\vec{u}_x$)



• $s(x;t) = s(x=0\,;\,t-\tau)$ où τ est le retard, temps mis par l'onde pour arriver en $x\leq 0$

$\Rightarrow \tau = -\frac{x}{c} \Rightarrow \tau \geq 0 \quad (x\leq 0)$

$\Rightarrow \boxed{s(x;t) = g\left(t+\frac{x}{c}\right)}$

$s(x,t) = s(x-d\,;\,t=0)$ où $d=-ct$ or $t\geq 0$, $d\leq 0$

$s(x;t) = s(x+ct\,;\,t=0)$

$\boxed{s(x;t) = G(x+ct)}$

g est fonction du temps / G de la distance

2.) Onde progressive sinusoïdale

Onde sinusoïdale (ou harmonique) : Le signal mesuré en tout point est une fonction sinusoïdale du temps.

f et g sont sinusoïdales : $f(t) = f_0 \cos(\omega t)$ et $g(t) = g_0 \cos(\omega t)$ où f_0 et g_0 sont les amplitudes et ω la pulsation.

amplitudes définies positivement

Pour une onde se propageant suivant les x > 0 : $s(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) = f_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = f_0 \cos(\omega t - kx)$

La vitesse de l'onde progressive sinusoïdale c est aussi appelée vitesse de phase.

Dans un milieu non dispersif, cette vitesse est indépendante de la pulsation ω.

$\rightarrow s(x;t) = f(t - \frac{x}{c}) = f_0 \cos[\omega(t - \frac{x}{c})]$

$\Rightarrow s(x;t) = f_0 \cos(\omega t - \frac{\omega x}{c})$

$k = \frac{\omega}{c} \Rightarrow s(x;t) = f_0 \cos(\omega t - kx)$

Vecteur d'onde $\vec{k} = k\vec{u}_x$ de direction et sens ceux de la propagation. $k = \frac{\omega}{c}$ ($k \to$ rad.m^{-1} ; $\omega \to$ rad.s^{-1} ; $c \to$ m.s^{-1})

Période : $\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$ ($T \to$ s) (temporelle)

Fréquence : $\boxed{f = \frac{1}{T}}$ (temporelle)

} figure 9a

s(x,t) à x fixé

$\boxed{\varphi = \omega \Delta t = 2\pi \frac{\Delta t}{T}}$

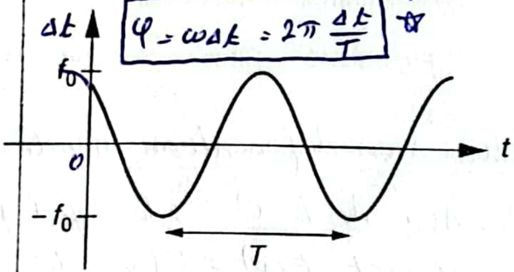


Figure 9a

$s(x;t) = f_0 \cos(\omega t - kx)$

$\varphi = -kx \Rightarrow \boxed{s(x;t) = f_0 \cos(\omega t + \varphi)}$

x fixé ⇒ φ constante

Période ou longueur d'onde : $\boxed{\lambda = \frac{2\pi}{k}}$ ($2\pi \to$ rad ; $k \to$ rad.m^{-1} ; $\lambda \to$ m) (spatiale)

Fréquence spatiale ou nombre d'onde : $\boxed{\sigma = \frac{1}{\lambda}}$ ($\lambda \to$ m ; $\sigma \to$ m^{-1})

} figure 9b

s(x,t) à t fixé

$\boxed{\varphi' = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x}$

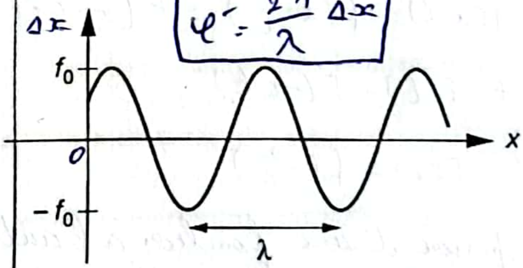


Figure 9b

$s(x;t) = f_0 \cos(kx - \omega t)$

$\varphi' = -\omega t \Rightarrow \boxed{s(x;t) = f_0 \cos(kx + \varphi')}$

t fixé ⇒ φ' constante

Lien entre la période spatiale et temporelle :

$\lambda = \frac{2\pi}{k}$ or $k = \frac{\omega}{c} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$

Pour une onde se propageant suivant les x<0 $s(x,t) = g\left(t+\frac{x}{c}\right) = g_0\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{c}\right)\right] = g_0\cos(\omega t + kx)$

$g(t) = g_0 \cos(\omega t)$

$\Rightarrow s(x;t) = g_0 \cos[\omega(t+\frac{x}{c})]$

$= g_0 \cos(\omega t + \omega \frac{x}{c})$

On pose $\boxed{k = \frac{\omega}{c}}$

Vecteur d'onde, pour une onde se propageant suivant $-\vec{u}_x$

$\boxed{\vec{k} = -k\vec{u}_x}$ où $\boxed{k = \frac{\omega}{c}}$ $(k = \|\vec{k}\|)$

Remarque 1 : Les ondes peuvent avoir une phase à l'origine :

Pour une onde se propageant suivant les x > 0 : $s(x,t) = f_0\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_0\right] = f_0\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$

Pour une onde se propageant suivant les x<0 $s(x,t) = g_0\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{c}\right)+\varphi_0\right] = g_0\cos(\omega t + kx + \varphi_0)$

Remarque 2 : Deux photos d'une onde sinusoïdale, prises aux instants t_1 et t_2

L'onde se propage suivant $+\vec{u}_x$ à la vitesse c.

La distance parcourue par l'onde entre t_1 et t_2 est $\boxed{\delta = c\Delta t = c(t_2 - t_1)}$

Si $t_2 - t_1 = mT$, $\boxed{\delta = c \times mT = m\lambda}$ $(m \in \mathbb{N})$

↳ les photos se superposent

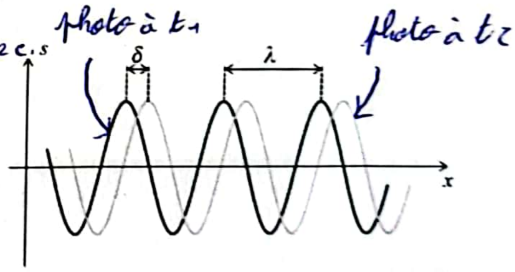


Figure 2.14 – Onde sinusoïdale se propageant dans le sens positif de (Ox) à deux instants t_0 (en gris foncé) et $t_1 > t_0$ (en gris clair).

Rq 3: On se propageant suivant $+\vec{u}_x$

Signal reçu en x_1 et x_2, 2 points fixes

$s(x_1;t) = f_0 \cos(\omega t - kx_1)$

$s(x_2;t) = f_0 \cos(\omega t - kx_2)$

$\varphi_1 = -kx_1 \Rightarrow s(x_1;t) = f_0 \cos(\omega t + \varphi_1)$

$\varphi_2 = -kx_2 \Rightarrow s(x_2;t) = f_0 \cos(\omega t + \varphi_2)$

Déphasage de $s(x_1;t)$ et $s(x_2;t)$

$\varphi_{1/2} = \varphi_1 - \varphi_2 = -k(x_1 - x_2)$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \boxed{\varphi_{1/2} = \varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2)}$

$\forall t \quad s(x_1;t) = s(x_2;t)$

$\Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 + 2p\pi \quad (p \in \mathbb{Z})$

$\Rightarrow \varphi_{1/2} = -\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) = 2p\pi$

$\Rightarrow \boxed{x_2 - x_1 = p\lambda} \quad p \in \mathbb{Z}$

2 points x_1 et x_2 "vitesses en opposition de phase" si $\underline{\forall t \quad s(x_1;t) = -s(x_2;t)}$

$\Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 + \pi + 2p\pi$

$\Rightarrow \varphi_{1/2} = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) = \pi + 2p\pi$

$\Rightarrow \boxed{x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda} \quad p \in \mathbb{Z}$

Conclusion : Milieux dispersifs : La vitesse de propagation d'une onde progressive sinusoïdale dépend de la fréquence : $v_\varphi(\omega) = \frac{\omega}{k}$

La propagation des ondes acoustiques dans un fluide est non dispersive, ainsi que celle de l'onde de déformation sur une corde ou d'une onde électrique dans un câble coaxial.

La propagation des ondes à la surface de l'eau est en générale dispersive.

La propagation d'ondes électromagnétiques dans le vide est non dispersive.

Dans un milieu matériel, la vitesse de l'onde dépend de l'indice du milieu : $v_\varphi(\lambda) = \frac{c}{n(\lambda)}$