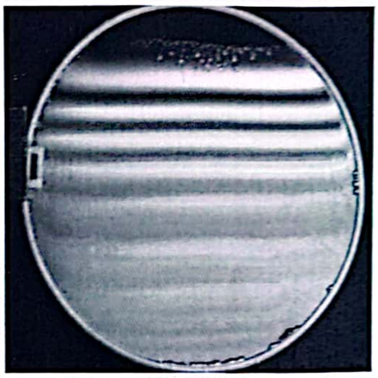
Signaux Physiques SP2 Phénomènes d'interférences

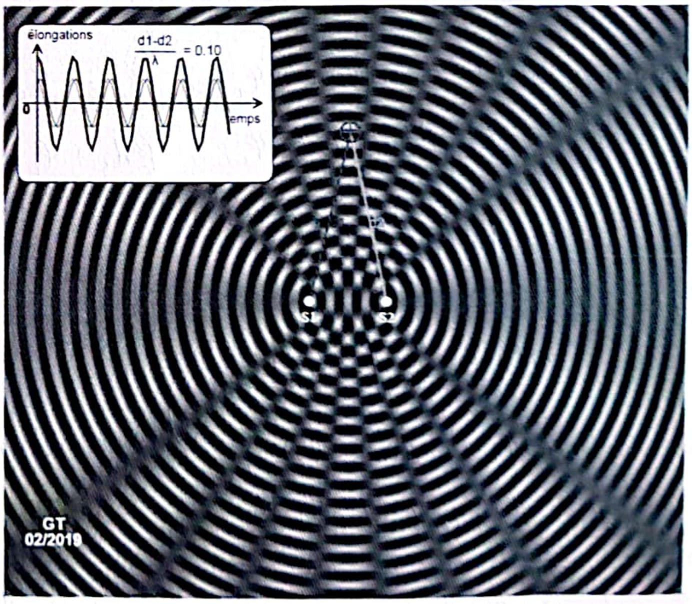
I Interférence entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence 1
1.) Expérience : Cuve à ondes 1
2.) Expérience : Ondes ultrasonores. 2
3.) Calcul de la différence de chemin parcourue 4
II Interférence entre deux ondes lumineuses de même fréquence : Exemple du dispositif des trous d'Young . 5
1.) Calcul de l'intensité 5
2.) Notion de chemin optique 6

http://sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/presentations/thin-film-interference

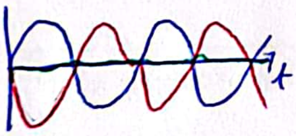


I Interférence entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence

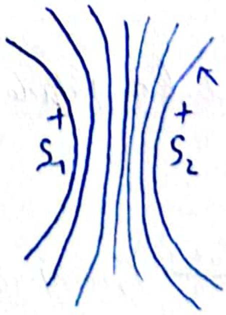
1.) Expérience : Cuve à ondes



L'onde résultante a une amplitude nulle : les 2 ondes émises arrivent en opposition de phase



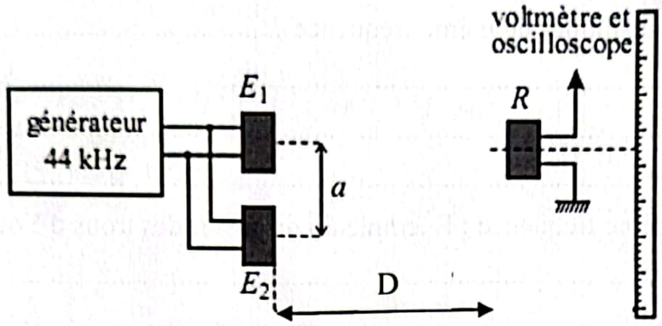
Au contraire, certains endroits correspondent à 1 amplitude maximale : interférences constructives, les 2 ondes arrivent en phase



branches d'hyperbole
interférences destructrices

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/cuve_ondes/interference_ondes_circulaires.php

2.) Expérience : Ondes ultrasonores.



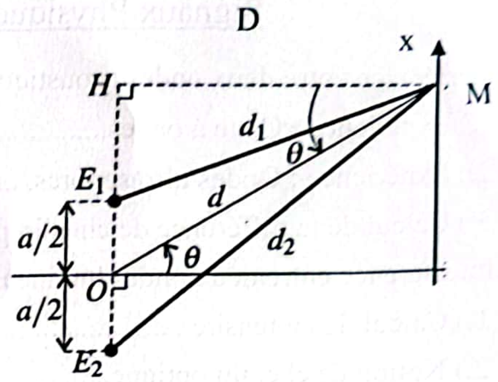


Figure 3.3 – Expérience pour l'observation des interférences d'ondes ultrasonores.

On se place en un point M fixe du champ d'observation : $s(x;t) = A_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$

émis par E_1 → $s_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ où $\varphi_1 = -kd_1 + \varphi_{10}$

émis par E_2 → $s_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ où $\varphi_2 = -kd_2 + \varphi_{20}$

Hypothèses :

- Les signaux sont initialement en phase. On choisit la même phase à l'origine : $\varphi_{10} = \varphi_{20} = \varphi_0$
- Les signaux ont même amplitude : $A_1 = A_2 = A_0$

Au point M :

Rappel : $\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

émis par E_1 : $s_1(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_1)$ où $\varphi_1 = -kd_1 + \varphi_0$

émis par E_2 : $s_2(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_2) = -kd_2 + \varphi_0$

$\varphi_1 - \varphi_2 = -k(d_1 - d_2)$

$= -\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Signal résultant au point M FIXE

$s(t) = s_1(t) + s_2(t)$

$= A_0 \times 2\cos\left[\frac{2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2}{2}\right]\cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)$

$s(t) = A_0 \times 2\cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \varphi_2)$

$s(t) = 2A_0 \cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$

$s(t) = A\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$

où $\boxed{A = |2A_0 \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)|}$ est l'amplitude de $s(t)$, définie > 0

Rq : Si on a $s(t) = -A\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$, on ajoute un déphasage de π

$s(t) = A\cos\left(\omega t + \pi + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$

L'amplitude au point M est maximale si :

$\left|\cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)\right| = +1$

$\Rightarrow \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) = \pm 1$

$\Rightarrow \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = p\pi \ (p \in \mathbb{Z})$

$\Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = 2p\pi \ (p \in \mathbb{Z})$

Les 2 signaux arrivent en phase au point M.

① $\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$ $p \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \boxed{d_2 - d_1 = p\lambda}$ $p \in \mathbb{Z}$

Interférences constructives : $A_{max} = 2A_0$

L'amplitude au point M est minimale si :

$\left|\cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)\right| = 0$

$\Rightarrow \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) = 0$

$\Rightarrow \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi p \ (p \in \mathbb{Z})$ Les ondes arrivent en opposition de phase au point M

$\Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \pi + 2p\pi \ (p \in \mathbb{Z})$

$\Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) = \pi + 2p\pi$

$\Rightarrow d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda$ → Interférences destructives A_{min}

Scanné avec CamScanner

(*)

Rq importante:

① $\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$

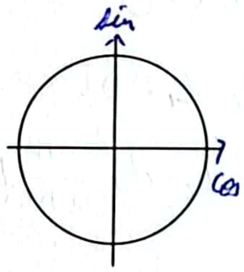
cf dessin $d_2 > d_1$: l'onde émise par E_2 met plus de temps pour arriver en M par rapport à celle émise par E_1.

=> L'onde émise par E_2 est en retard / E_1

On a choisi φ avance de phase $\cos(\omega t + \varphi)$

$\varphi_2 - \varphi_1 < 0 \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 > 0$

L'onde émise par E_1 est en avance d'où le signe ⊖ de l'équation ①



L'amplitude de l'onde résultante au point M est $A(M) = \left|2A_0 cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)\right|$

où $\varphi_1 - \varphi_2 = -k(d_1 - d_2) = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$ ①

<u>Interférences constructives</u> (amplitude maximale) si les signaux sont en phase :

$\varphi_1 - \varphi_2 = 2p\pi$ soit $d_2 - d_1 = p\lambda$

<u>Interférences destructives</u> (amplitude minimale) si les signaux sont en opposition de phase :

$\varphi_1 - \varphi_2 = \pi + 2p\pi$ soit $d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda$

p entier relatif appelé <u>ordre d'interférence</u> $p \in \mathbb{Z}$

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/general/somme.php

<u>Remarque :</u> Pour deux ondes d'amplitude différente, la <u>formule des interférences</u> permet de calculer l'amplitude résultante : $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

<u>Rq:</u>

Interférences constructives si $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = +1 \Leftrightarrow \underline{\varphi_1 - \varphi_2 = 2p\pi}$

① $\Rightarrow d_2 - d_1 = p\lambda \Rightarrow A^2_{max} = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2$

$A_{max}^2 = (A_1 + A_2)^2 \Rightarrow A_{max} = A_1 + A_2$

$A_{min}^2 = (A_1 - A_2)^2 \Rightarrow A_{max} = |A_1 - A_2|$

Interférences destructives si $(\varphi_1 - \varphi_2) = -1$

$\Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \pi + 2p\pi \Rightarrow \underline{d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda}$

(*)

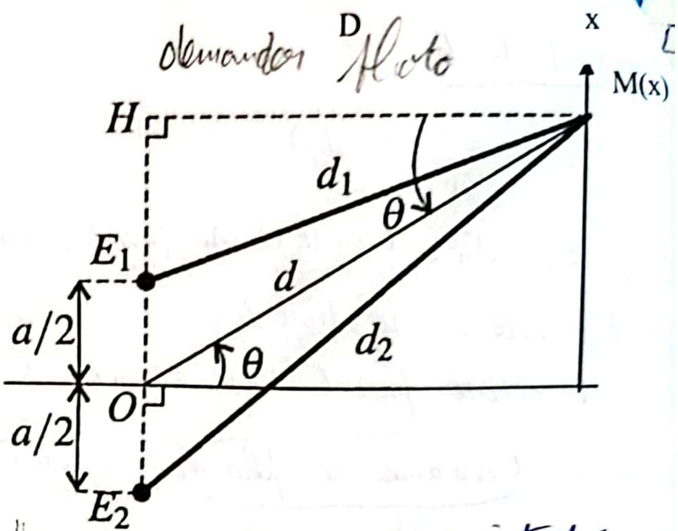
$\Rightarrow A_{min}^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2$

Scanné avec CamScanner

3.) Calcul de la différence de chemin parcourue

$\boxed{\text{Si } a << D \text{ et } x << D,\ d_2 - d_1 \approx \frac{ax}{D}}$

Remarque : $(1+\epsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$ pour $\epsilon \ll 1$.



Pythagore: $d_1^2 = E_1M^2 = E_1H^2 + HM^2$

$d_1^2 = (x - \frac{a}{2})^2 + D^2$

$\Rightarrow d_1 = [(x - \frac{a}{2})^2 + D^2]^{1/2}$

$d_1 = D[(\frac{x - \frac{a}{2}}{D})^2 + 1]^{1/2}$

$(1+\varepsilon)^{1/2} \simeq 1 + \frac{1}{2}\varepsilon$ où $\varepsilon = (\frac{x - \frac{a}{2}}{D})^2 << 1$

$\Rightarrow d_1 = D[1 + \frac{1}{2}(\frac{x - \frac{a}{2}}{D})^2]$

de m̂ : $d_2 = E_2M^2 = E_2H^2 + HM^2$

$= [(x + \frac{a}{2})^2 + D^2]$

$\Rightarrow d_2 = [(x + \frac{a}{2})^2 + D^2]^{1/2} = D[1 + \frac{1}{2}(\frac{x + \frac{a}{2}}{2})^2]$

$d_2 - d_1 = D[x + \frac{1}{2}(\frac{x + \frac{a}{2}}{D})^2] - D[x + \frac{1}{2}(\frac{x - \frac{x}{a}}{D})^2]$

$\Rightarrow d_2 - d_1 = \frac{D}{2D^2}[(x + \frac{a}{2})^2 - (x - \frac{a}{2})^2]$

$\simeq \frac{1}{2D}[(x^2 + \frac{a^2}{4} + \frac{2ax}{2}) - (x^2 + \frac{a^2}{4} - \frac{2ax}{2})]$

$\simeq \frac{1}{2D} \times 2 \times \frac{2ax}{2}$

$\boxed{d_2 - d_1 = \frac{ax}{\cancel{2}D}}$ $x << D$, $a >> D$

cf dessin $d_2 > d_1 \Rightarrow d_2 - d_1 > 0$

Interférences constructives si $d_2 - d_1 = p\lambda$

$\Rightarrow d_2 - d_1 = p\lambda \simeq \frac{ax}{D} \Rightarrow \boxed{x \simeq p\frac{\lambda D}{a}}$ $(p \in \mathbb{Z})$

$\lambda/2 + p\lambda$

Interférences destructive si $d_2 - d_1 = \lambda/2 + p\lambda$

$\Rightarrow d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda \simeq \frac{ax}{D}$

$\Rightarrow \boxed{x \simeq \frac{\lambda D}{2a} + p\frac{\lambda D}{a}}$ $p \in \mathbb{Z}$

Interfrange: distance entre 2 interférences constructives (ou destructive)

$i = x_{p+1} - x_p \Rightarrow \boxed{i \simeq \frac{\lambda D}{a}}$ i largeur pour i<<D

Rq: En pratique, pour observer le phénomène, il faut, il faut i pas trop petit: soit λ et $\frac{a}{D}$ de même ordre de grandeur.

Rq importante: méthode simplifiée pour calculer $d_1 - d_2$

Supp $D >> x$ $D >> a$

On trace l'arc de cercle de centre M.

On trace la $\perp$ à (E_2M) passant par E_1

$\Rightarrow$ on obtient 2 points extrêmement proches.

ΔOHM $\tan(\theta) = \frac{OH}{HM} = \frac{x}{d}$

ΔE_1E_2I $\sin(\theta_1) = \frac{E_2I}{E_1E_2} \simeq \frac{d_2 - d_1}{a}$

Si l'écran est suffisamment loin:

$D >> x$ et $D >> a$

$\Rightarrow$ on suppose $\theta \simeq \theta_1$

$\tan(\theta) \simeq \theta \simeq \frac{x}{D}$

$\sin(\theta_1) \simeq \theta_1 \simeq \frac{d_2 - d_1}{a}$

Scanné avec CamScanner

si θ et θ_1 suffisamment petits :

$$\Rightarrow \frac{d_2 - d_1}{a} \simeq \frac{x}{D} = d_2 - d_1 \simeq \frac{ax}{D}$$

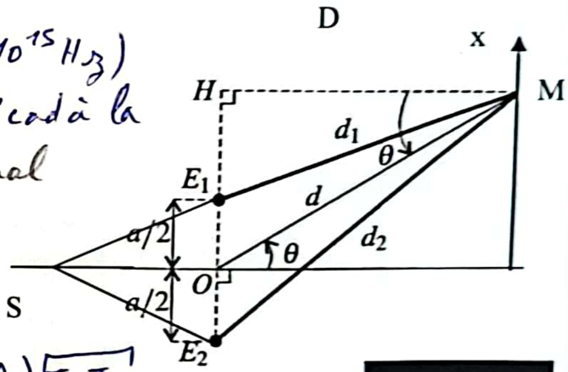
II Interférence entre deux ondes lumineuses de même fréquence : Exemple du dispositif des trous d'Young

1.) Calcul de l'intensité

L'intensité de l'onde lumineuse en un point M, résultant de la superposition de deux ondes d'intensité I_1 et I_2 est donnée par la formule de Fresnel : donnée

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \text{ où } \varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$$

http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/optiondu/young.html



Fréquences rencontrées en optique très grandes ($f \simeq 10^{15}$ Hz)

$\Rightarrow$ Récepteurs : sensibles à l'intensité lumineuse (càd à la valeur moyenne du carré d[illegible]) du signal

$I(M) = K \langle s^2(t) \rangle$ K facteur de proportionnalité

$I(M) = K \times \frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)\,dt$ où $s(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$, $\omega = 2\pi f$

$\Rightarrow I(M) = K \times \frac{1}{T}\int_0^T A^2\cos^2(\omega t + \varphi)\,dt$

$I(M) = KA^2 \times \frac{1}{T}\int_0^T \cos^2(\omega t + \varphi)\,dt$

$I(M) = KA^2 \times \frac{1}{2}$

Rq : $\frac{1}{T}\int_0^T \cos^2(\omega t + \varphi)\,dt = \frac{1}{2}$ (cf SE6)

linéariser le cos avec $\cos(2a) = 2\cos^2(a) - 1$

<u>Formule des interférences p. 3</u>

$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

$= \frac{K}{2}A^2 = \frac{KA_1^2}{2} + \frac{KA_2^2}{2} + \frac{K}{2} \times 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

$\hookrightarrow \boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$

en posant $I_1 = \frac{KA_1^2}{2}$; $I_2 = \frac{KA_2^2}{2}$

$\Rightarrow I_1 I_2 = \frac{KA_1^2 KA_2^2}{4}$

$\sqrt{I_1 I_2} = \frac{KA_1A_2}{2}$

$\Rightarrow KA_1A_2 = 2\sqrt{I_1 I_2}$

Rq : on donne soit la formule des interférences, soit la formule de Fresnel ; il faut aussi savoir passer d'une forme à l'autre

Scanné avec CamScanner