Résumé de cours de Mécanique MC1 Cinématique

Physique quantique

Il est impossible de connaître avec une précision illimitée la position et la vitesse d'un corps à un instant donné (= principe d'incertitude de Heisenberg).
A toute particule en mouvement on associe une onde (= dualité onde corpuscule)..

Théorie de la relativité (restreinte) Einstein 1905

Le déroulement du temps dépend du mouvement du système considéré.
La mécanique classique reste une bonne approximation si v << c où v est la vitesse du corps considéré, et c la vitesse de la lumière dans le vide ($c = 3.10^8$ m.s^{-1}).

Référentiel : {repère d'espace lié à un solide de référence + repère temporel}= observateur muni d'une horloge

Repère d'espace : $\Re(O,\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z})$ O point arbitraire du repère lié à (S_{ref}). Base cartésienne définie par trois points fixes appartenant à (S_{ref}).

Repère temporel : {date origine + horloge de référence}

Pour un point M en mouvement par rapport à un référentiel $\Re$ de centre O (l'observateur est lié à $\Re$):

vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ vecteur vitesse : $\vec{v}(M/\Re) = \left.\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}}}{\mathrm{dt}}\right)_{\Re}$

vecteur accélération : $\vec{a}(M/\Re) = \left.\frac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{v}}}{\mathrm{dt}}\right)_{\Re} = \left.\frac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{\mathrm{OM}}}{\mathrm{dt}^2}\right)_{\Re}$ Déplacement élémentaire $\overrightarrow{dl} = \overrightarrow{MM'}$ où M(t) et M '(t+dt).

Coordonnées cartésiennes :

Base orthonormée directe $\left(\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z}\right)$

Repère orthonormé $\left(O,\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z}\right)$ lié au référentiel : $\left(O,\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z}\right)$ sont indépendants de M, donc du temps.

M a pour coordonnées (x, y, z) $\in\ ]-\infty;+\infty[$

Vecteur position . $\overrightarrow{OM} = \vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$

Vitesse : $\vec{v} = \dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z$ Accélération : $\vec{a} = \ddot{x}\vec{e}_x + \ddot{y}\vec{e}_y + \ddot{z}\vec{e}_z$

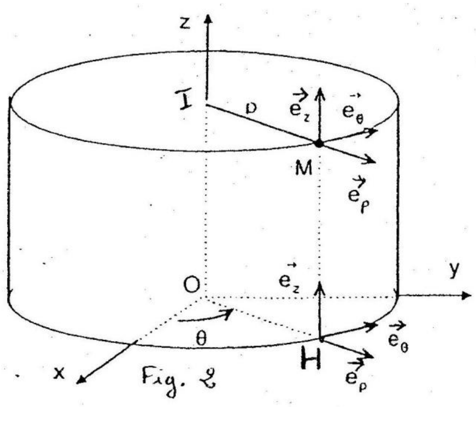
Déplacement élémentaire $\overrightarrow{dl} = \overrightarrow{MM'} = dx\vec{e}_x + dy\vec{e}_y + dz\vec{e}_z$

Coordonnées cylindriques : (ou coordonnées polaires dans le plan notés (r,Θ))

Base orthonormée directe instantanée $\left(\overrightarrow{e_\rho},\overrightarrow{e_\theta},\overrightarrow{e_z}\right)$.M (ρ, θ, z) $\rho \in [0; +\infty[$; $\theta \in [0; 2\pi[$; $z \in\ ]-\infty;+\infty[$

rayon polaire ρ=OH $\overrightarrow{OH} = \rho\vec{e}_\rho$ angle polaire $\theta = \left(\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_\rho}\right)$ cote $z = \overline{OI} = \overline{HM}$ $\overrightarrow{HM} = z\vec{e}_z$

$\vec{e}_\rho$ vecteur unitaire radial, $\overrightarrow{e_\theta}$ vecteur unitaire orthoradial.



x = ρ cosθ, y = ρsinθ.

Vecteur position . $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HM} = \rho\vec{e}_\rho + z\vec{e}_z$

Vecteur vitesse : $\vec{v} = \dot{\rho}\vec{e}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{e}_\theta + \dot{z}\vec{e}_z$ (à démontrer)

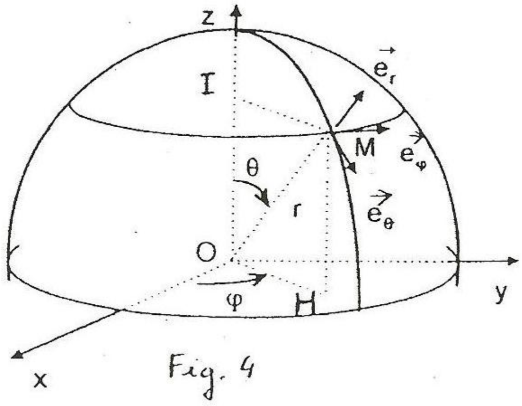
car $\frac{d\vec{e}_\rho}{dt} = \dot{\theta}\vec{e}_\theta$ $\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{e}_\rho$ (à démontrer)

Vecteur accélération : $\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{e}_\rho + (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})\vec{e}_\theta + \ddot{z}\vec{e}_z$
(à démontrer)

Déplacement élémentaire $\overrightarrow{dl} = \overrightarrow{dr} = d\rho\vec{e}_\rho + \rho d\theta\vec{e}_\theta + dz\vec{e}_z$
(à démontrer)

Coordonnées sphériques :

base orthonormée directe instantanée $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_\varphi})$: M (r, θ, φ):
H projection orthogonale de M sur (Oxy).
r = OM.
colatitude $\theta = (\overrightarrow{e_z}, \overrightarrow{OM})$
longitude $\varphi = (\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{OH})$



Vecteur position :. $\overrightarrow{OM} = \vec{r} = r\vec{e}_r$

Relations avec les coordonnées cartésiennes : OH = IM = r sinθ
x = OH.cosφ = r.sinθ.cosφ, y = OH.sinφ = r.sinθ.sinφ, z = OI = r.cosθ.

$\overrightarrow{dl} = \overrightarrow{dr} = dr\vec{e}_r + rd\theta\vec{e}_\theta + rsin\theta d\varphi\vec{e}_\varphi$ (à démontrer)

Un mouvement est uniforme si la norme du vecteur vitesse est constante.

Un mouvement est uniformément varié si $\frac{dv}{dt}$ est constante.

Mouvement rectiligne : La trajectoire est une droite (Ox).

Mouvement circulaire : La trajectoire est un cercle de rayon R, centré sur I, d'axe (Oz) coordonnées cylindriques :

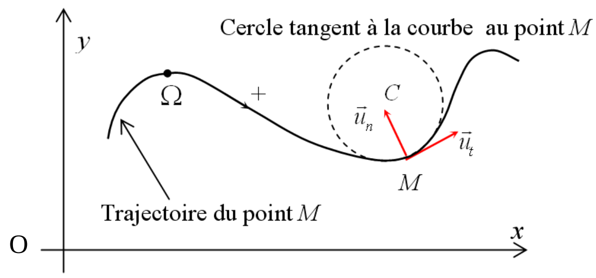
$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HM} = R\vec{e}_\rho + z\vec{e}_z$ $\quad \vec{v} = R\dot{\theta}\vec{e}_\theta = R\omega\vec{e}_\theta = v\vec{e}_\theta$ $\quad \vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_\theta - \frac{v^2}{R}\vec{e}_\rho$ (à démontrer et à savoir)

Mouvement circulaire uniforme : v =Cte $\quad \vec{a} = -R\omega^2\vec{e}_\rho = -\frac{v^2}{R}\vec{e}_\rho$

Repère de Frenet : repère mobile (M, $\vec{u}_t$, $\vec{u}_n$)

Vitesse : $\vec{v} = v\vec{u}_t$ $\quad$ Accélération : $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{R}\vec{u}_n$

(obtenu à partir des coordonnées cylindriques)



Cinématique du solide

Translation Un solide est en translation par rapport à un référentiel $\Re$ lorsque les vecteurs de base cartésiens liés au solide restent invariables par rapport à $\Re$ au cours du temps.
Translation rectiligne : O_1 a une trajectoire rectiligne par rapport à $\Re$.
Translation circulaire : O_1 a une trajectoire circulaire par rapport à $\Re$.
Tous les points d'un solide en translation ont le même mouvement par rapport à $\Re$. Le mouvement du solide est complètement décrit par le mouvement d'un de ses points, par exemple le centre de gravité G.

$$\vec{v}(M/\Re) = \vec{v}(O_1/\Re)$$

Rotation autour d'un axe fixe dans Δ
Un solide est en rotation autour d'un axe fixe Δ si tous ses points sont en mouvement circulaire autour de Δ.

$$\vec{v}(M/\Re) = R\omega\vec{e}_\theta = v\vec{e}_\theta$$